

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES**



**CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO DE PLANTACIONES COMERCIALES
DE *Pinus pseudostrobus* Lindl. EN MICHOACÁN, MÉXICO**

POR

GUADALUPE GERALDINE GARCÍA ESPINOZA

**COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR
EN CIENCIAS CON ORIENTACIÓN EN MANEJO DE RECURSOS
NATURALES**

DICIEMBRE, 2018

CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO DE PLANTACIONES
COMERCIALES DE *Pinus pseudostrobus* Lindl. EN MICHOACÁN,
MÉXICO

Aprobación de Tesis



Director

Dr. Oscar Alberto Aguirre Calderón



Codirector

Dr. Marco Aurelio González Tagle



Asesor

Dr. Eduardo Alanís Rodríguez



Asesor

Dr. Eduardo Javier Treviño Garza



Asesor

Dr. Héctor Manuel De los Santos Posadas

Agradecimientos

Ofrezco mis más sinceros agradecimientos al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo económico brindado para la realización de mis estudios de doctorado, el cual hizo posible la culminación los objetivos de mi investigación.

A la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad Autónoma de Nuevo León, por permitirme realizar mis estudios de Doctorado en Ciencias con Orientación en Manejo de Recursos Naturales, y a los profesores de dicha institución por compartir sus conocimientos y experiencias profesionales. Agradezco las excelentes atenciones del personal académico y administrativo de la Facultad.

Al Dr. Oscar Alberto Aguirre Calderón por compartir sus conocimientos, guiarme con disposición y excelencia durante mi estancia en la facultad, pero sobre todo le doy las gracias por ser *mi maestro de vida* y creer en mí, siempre tendré presente sus valiosos consejos.

Al Dr. Eduardo Alanís Rodríguez por su gran disponibilidad y aporte de ideas para el desarrollo de mi trabajo de investigación. Además, quiero expresar mi más sincero agradecimiento por el apoyo y amistad que me brindó durante todos estos años.

Al Dr. Eduardo Treviño Garza por compartir sus experiencias profesionales y por motivarme a seguir en el camino de la investigación (las grandes ligas). Gracias por creer en mí.

Al Dr. Marco Aurelio González Tagle por el apoyo brindado, las recomendaciones y las facilidades en la realización de este trabajo de investigación.

Al Dr. Héctor Manuel De los Santos Posadas por su disponibilidad de tiempo para aclarar dudas y aportar ideas a la presente investigación (¿Fácil o difícil colega?). También deseo agradecer las pláticas y consejos que me brindó con su inigualable sentido del humor.

Al Dr. Gerónimo Quiñonez Barraza cuyo apoyo fue fundamental para el desarrollo de la presente investigación, además de la disponibilidad y paciencia que me brindó para aclarar dudas. Dr. Gero gracias por sus consejos y por contagiarme el deseo de progreso.

Al M.C. Jonthan Hernández Ramos por los comentarios y sugerencias que permitieron afinar detalles en la investigación. Muchas gracias por permitirme colaborar en los trabajos de investigación, pero sobre todo por tu linda amistad que ha prevalecido durante muchos años.

Al M.C. Luis Martínez por compartir sus conocimientos y experiencias profesionales (Gracias joven).

A mis compañeros de generación Israel López, Martín Villela, Gabriel Graciano y Juan Manuel Ríos por su apoyo y valiosa amistad durante los años de nuestra preparación académica. Agradezco a Dellanira Reséndiz y Laura González por hacer de mi estancia en Linares una experiencia inolvidable. Además, a mis apreciables amig@s Aurora Hernández, Raquel Coan, David Eduardo y Antonio Banda por darme ánimos para poder lograr mis objetivos.

Agradezco a mis amigos Manuel Mincitar, Arturo Reyes, Johanán Telléz por el apoyo brindado durante la toma de datos.

Gracias a las autoridades administrativas de la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán por las facilidades para la toma de datos en campo.

Dedicatorias

Dedico esta tesis:

A Dios por darme la fortaleza necesaria para seguir adelante en mi proceso de aprendizaje.

A mis amados padres J. Jesús García Magaña y María Estela Espinoza Mallorquín quienes han sido mi motor principal para poder llegar a este punto de mi carrera profesional. Me siento feliz de dedicarles esta tesis, la cual es uno de los resultados del tiempo, esfuerzo y amor que me han brindado durante toda mi vida. Ustedes son el tesoro máspreciado que puedo tener pues han sembrado en mi buenos principios y valores, nunca me cansaré de agradecerles la vida, el cariño, el amor y las atenciones que me dan. Me siento muy orgullosa de ser su hija.

Dedico este trabajo a mis hermanos Alejandra, Jesús y Yuliana por todo lo que han hecho por mi de manera incondicional. *“Como las ramas de un árbol crecemos en diferentes direcciones, pero nuestra raíz es una sola, así la vida de cada uno siempre será una parte esencial de la vida del otro”*. Siempre estaré para ustedes.

A todos mis sobrinos y sobrinas, quienes alegran mis días con sus muestras de amor y ocurrencias.

También dedico esta investigación a mis abuelos Jesús García Barajas (†) y Armando Espinoza (†), los recuerdo con mucho cariño, a mis abuelas Socorro Magaña y Juana Mallorquín.

A mi prima Pamela Espinosa por ser cómplice en mis locuras, escucharme en las madrugadas y todos esos momentos tristes y felices que vivimos. *“Dios te hizo mi prima, el amor te hizo mi amiga, sin embargo, el tiempo y la destreza te convirtieron en mi amada hermana”*.

CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO DE PLANTACIONES COMERCIALES DE *Pinus pseudostrobus* Lindl. EN MICOACÁN, MÉXICO

Resumen

En la presente investigación se desarrollaron modelos de crecimiento y rendimiento maderable para plantaciones forestales comerciales de *Pinus pseudostrobus* Lindley en la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán. Se construyeron como base para los modelos de crecimiento sistemas compatibles basados en modelos de razón de volumen para estimar el ahusamiento, volumen comercial, volumen total y volumen de ramas. Para evaluar la calidad de estación se evaluaron tres ecuaciones de altura dominante en diferencia algebraica (ADA) y una en diferencia algebraica generalizada (GADA), basadas en el modelo de Chapman-Richards, se ajustaron con los enfoques de modelación de variables indicadoras (VI) y modelos de efectos mixtos (MEM); la ecuación GADA con VI presentó precisión mayor y generó curvas que describieron mejor el patrón de crecimiento. Para evaluar el incremento en diámetro se desarrollaron ecuaciones dinámicas a nivel de árbol individual con estructuras similares a los modelos de índice de sitio; se seleccionaron tres modelos anamórficos y tres polimórficos para generar familias de curvas de crecimiento por índice de diámetro. El conjunto de herramientas cuantitativas generadas es fundamental para mejorar el manejo técnico y aprovechar el potencial productivo, esto con el fin de maximizar la rentabilidad de las PFC en la región de estudio

Palabras clave: sistemas compatibles, modelos de razón de volumen, ecuaciones dinámicas, altura dominante, incremento en diámetro.

Abstract

In this investigation timber growth and yield models were developed for *Pinus pseudostrobus* Lindley in the indigenous community of Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán. Compatible systems for predicting taper,

merchantable volume, stem volume, total tree volume and branch volume were developed, they were basis for growth models. To evaluate site quality three dominant height equations formulated as algebraic difference (ADA) and one generalized algebraic difference (GADA), were based on the Chapman-Richards model, with dummy variables (DV) and mixed effects models (MEM) were fitted; GADA equation with DV presented superior statistical accuracy and describes the best growth pattern. To evaluate the increase in diameter, dynamic equations were developed at the individual tree level with similar structures to the site index models, three anamorphic and three polymorphic models were select to generate growth curves by diameter index. The quantitative tools generate is fundamental to improve the forest management and take advantage of the productive potencial, this is in order to maximize profitability of the commercial forest plantations in the study area.

Keywords: compatible systems, volume ratio equations, dynamic equations, dominant height, diameter index.

Índice

1. CAPÍTULO I.....	1
1. GENERALIDADES.....	1
1.1. Introducción general	1
1.2. Justificación	2
1.3. Hipótesis	3
1.4. Objetivos.....	4
1.5. Antecedentes	4
1.6. Descripción del área de estudio.....	20
1.7. Base de datos.....	21
1.8. Bibliografía	22
2. CAPÍTULO II.....	36
2. SISTEMAS DE AHUSAMIENTO Y VOLUMEN BASADOS EN MODELOS DE RAZÓN PARA <i>Pinus pseudostrobus</i> Lindley	36
2.1. Resumen	36
2.2. Abstract	36
2.3. Introducción.....	37
2.4. Material y métodos.....	39
2.5. Resultados y discusión	47
2.6. Conclusiones	56
2.7. Bibliografía	56
3. CAPÍTULO III.....	63
3. PARÁMETROS LOCALES-GLOBALES Y FIJOS-ALEATORIOS PARA EL CRECIMIENTO EN ALTURA DOMINANTE DE <i>Pinus pseudostrobus</i> Lindley	63
3.1. Resumen	63
3.2. Abstract.....	64
3.3. Introducción	64
3.4. Material y métodos.....	66
3.5. Resultados y discusión	71
3.6. Conclusiones	79
3.7. Bibliografía.....	79
4. CAPÍTULO IV	85

4. MODELOS DE ÍNDICE DE DIÁMETRO PARA PLANTACIONES FORESTALES COMERCIALES DE <i>Pinus pseudostrobus</i> Lindley	85
4.1. Resumen	85
4.2. Abstract.....	85
4.3. Introducción	86
4.4. Material y métodos.....	88
4.5. Resultados y discusión	94
4.6. Conclusiones	102
4.7. Bibliografía.....	102
5. CAPÍTULO V	108
5.1. CONCLUSIONES.....	108

Índice de tablas

Tabla 2.1. Estadísticas descriptivas de la base de datos.....	41
Tabla 2.2 Ecuaciones compatibles de ahusamiento y volumen comercial basadas en modelos de razón de volumen.	43
Tabla 2.3 Parámetros, estimadores y errores estándar del ajuste simultáneo de los sistemas compatibles.	48
Tabla 2.4 Estadísticos de bondad de ajuste de los sistemas compatibles estudiados.	50
Tabla 2.5 Sesgo y % sesgo para V_f y V_t	55
Tabla 3.1 Estadísticas descriptivas de la base de datos.....	68
Tabla 3.2 Parámetros y errores estándar de las ecuaciones dinámicas ajustadas	71
Tabla 3.3 Estadísticos de ajuste de las ecuaciones dinámicas.	73
Tabla 4.1 Modelos de índice de diámetro para <i>P. pseudostrobus</i>	90
Tabla 4.2 Parámetros estimados de los modelos ajustados.....	94
Tabla 4.3 Estadísticos de bondad de ajuste de los modelos evaluados.	96
Tabla 4.4 Función de Autocorrelación Parcial del ajuste de los modelos con una estructura autorregresiva de media móvil de los errores.	97

Índice de figuras

Figura 1.1. Mapa de vegetación de la CINSP.....	21
Figura 2.1 Diagrama de dispersión de la razón de volumen (V_c/V_f) y altura relativa (h/H).....	42
Figura 2.2 Distribución de los residuales para d y V_c de los sistemas compatibles S2M1, S1M2 y S2M3.	53
Figura 3.1 Función de distribución normal evaluada para los parámetros locales (As_i) y mixtos ($As + As_i$) de las ecuaciones ajustadas por VI y MEM.	74
Figura 3.2 Función de distribución normal evaluada para los parámetros aleatorios de las ecuaciones con MEM.....	75
Figura 3.3 Familias de curvas de crecimiento de altura dominante para las categorías de IS 18, 22, 26 y 30 m.	75
Figura 3.4 Sesgo promedio por categoría de edad de las ecuaciones ajustadas	78
Figura 4.1 Gráficas de residuales contra los valores predichos de los modelos seleccionados.	99
Figura 4.2 Familias de curvas de crecimiento por IDiam de 20, 25, 30, 35 y 40 cm.	100
Figura 4.3 Familias de curvas de Incremento Medio Anual (IMA) en diámetro por iDiam de 20, 25, 30, 35 y 40 cm.	101

CAPÍTULO I

1. GENERALIDADES

1.1. Introducción general

Uno de los mayores desafíos para la humanidad es mantener la cubierta forestal, considerando las necesidades presentes y futuras de 7 550 millones de habitantes (ONU, 2017). El efecto demográfico por sí solo ha causado cambios significativos en la demanda de bienes y servicios provenientes del bosque (Aguirre-Calderón, 2015).

Mientras que el área total del bosque natural se redujo de 4.28 millones a 3.99 billones de ha, las plantaciones forestales aumentaron de 167.5 a 277.9 millones de ha. Además de la producción de madera, las plantaciones forestales proporcionan servicios ecosistémicos, incluido del secuestro de carbono para mitigar efectos del cambio climático, producción de agua limpia y regulación del ciclo hidrológico. Se espera que la importancia de servicios proporcionados por las plantaciones aumente en el futuro (Kanninen, 2010; Malkamaki et al., 2018; Verheyen et al., 2016).

Las PFC proporcionan el 33% del volumen total de madera en rollo cosechada anualmente en el mundo, y se prevé que constituyan hasta el 50% del suministro industrial para el año 2040. Con la creciente demanda de madera y biomasa, las PFC son una opción para disminuir la presión sobre los bosques naturales y representan un sistema de producción eficiente para un recurso renovable necesario (MacDicken et al., 2016; Payn et al., 2015; Velázquez et al., 2013).

Para el manejo y aprovechamiento eficiente de las PFC es imprescindible la evaluación del crecimiento y rendimiento, lo que conlleva a la generación de herramientas precisas que deben ser desarrolladas a partir de las condiciones edáficas, climáticas y silvícolas particulares de la región en que son establecidas (Palacios- Velázquez, Rodríguez-García, Barrero-Medel, & Pérez-Lazo, 2018; Quiñonez, 2014; Tamarit, 2013).

Los modelos de crecimiento y rendimiento son herramientas claves para el manejo y la comprensión de la dinámica de los bosques y plantaciones forestales; por tanto, se han convertido en una rama importante de la investigación en las ciencias forestales (Salas, Gregoire, Craven, & Gilabert, 2016). Estos modelos corresponden a un sistema de ecuaciones que describen cuantitativamente el crecimiento forestal a través de los años, estiman los cambios en diversas variables de interés, como altura dominante, diámetro y volumen maderable (Borders & Bailey, 1986; Santiago-Garcia, De los Santos-Posadas, Ángeles-Pérez, Valdez-Lazalde, & Ramírez-Valverde, 2013). El uso de los modelos de crecimiento y rendimiento permite programar el plan de cortas, el abastecimiento de materia prima a la industria, implementar aclareos y estimar ingresos económicos futuros de los bosques naturales y las PFC (Clutter, Fortson, Piennar, Brister, & Bailey, 1983; Galán-Larreta, De los Santos Posadas, & Valdez- Hernández, 2008; Parra-Piedra, De los Santos-Posadas, Fierros-González, Valdez-Lazalde, & Romo-Lozano, 2017; Pienaar y Rheney, 1993).

1.2. Justificación

La Sierra Purhépecha es una zona importante para el establecimiento de plantaciones forestales en el estado de Michoacán; como resultado de sus características ecológicas, presenta condiciones favorables en diversas áreas para el desarrollo de especies del género *Pinus*. La Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro (CINSP), Michoacán, forma parte de la Sierra Purhépecha y es un área potencial para el establecimiento de PFC de *Pinus pseudostrobus* Lindley, la cual es considerada especie forestal de alto valor comercial por presentar largos fustes rectos y limpios, madera de alta calidad, además de ser buena productora de resina (Castellanos-Acuña et al., 2013; Muñoz-Flores, Sáenz-Reyes, García-Magaña, Coria-Ávalos, & Muñoz-Vega, 2015; Sáenz, Muñoz, & Rueda, 2011). Por lo anterior, en la región se han establecido PFC de *P. pseudostrobus*, sin embargo, no se han desarrollado herramientas técnicas para estimar el crecimiento y rendimiento de estas. La situación de las PFC demanda el desarrollo de expresiones matemáticas que

permitan la estimación precisa de existencias maderables actuales, la evaluación del crecimiento y rendimiento por calidad de sitio, así como la definición de la dinámica del crecimiento en diámetro. Dichas herramientas son esenciales para la planeación y formulación de prácticas silvícolas, lo que favorece al cumplimiento de los objetivos de las PFC, dentro de los que destaca la obtención de productos maderables de alta calidad, así como atender de manera significativa las necesidades de la industria forestal en el país. Además, la información generada servirá de apoyo para reorientar el futuro de las PFC en la comunidad, la cual busca aprovechar el potencial productivo para que esta actividad sea una alternativa económicamente viable.

1.3. Hipótesis

Hipótesis del Capítulo 1. Sistemas de ahusamiento y volumen basados en modelos de razón para *Pinus pseudostrobus* Lindley

Los modelos de razón de volumen basados en altura relativa permiten ajustar ecuaciones compatibles de ahusamiento, volumen comercial, volumen de fuste, volumen de ramas y volumen total árbol para plantaciones forestales comerciales de *P. pseudostrobus*.

Hipótesis del Capítulo 2. Parámetros locales-globales y fijos-aleatorios para el crecimiento en altura dominante de *Pinus pseudostrobus* Lindley

Las ecuaciones de altura dominante e índice de sitio en diferencia algebraica (ADA) y diferencia algebraica generalizada (GADA) con el enfoque de variables indicadoras, presentan precisión estadística superior respecto a la inclusión de modelos de efectos mixtos para PFC de *P. pseudostrobus*.

Hipótesis del Capítulo 3. Modelos de índice de diámetro para plantaciones forestales comerciales de *Pinus pseudostrobus* Lindley

Con las relaciones funcionales entre edad-diámetro es posible desarrollar modelos dinámicos precisos que permitan generar curvas de crecimiento e incremento por índice de diámetro (IDiam) para PFC de *P. pseudostrobus*.

1.4. Objetivos

Objetivo general

Generar modelos de crecimiento y rendimiento maderable para plantaciones forestales comerciales de *Pinus pseudostrobus* Lindley establecidas en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán.

Objetivos específicos

- 1) Desarrollar sistemas compatibles basados en modelos de razón de volumen para estimar el ahusamiento, volumen comercial, volumen de fuste, volumen de ramas y volumen total árbol para *P. pseudostrobus* en plantaciones forestales comerciales.
- 2) Ajustar y comparar ecuaciones de altura dominante en diferencia algebraica (ADA) y diferencia algebraica generalizada (GADA) con los enfoques de variables indicadoras y modelos de efectos mixtos.
- 3) Desarrollar y comparar modelos en ADA para la elaboración de curvas de crecimiento e incremento por índice de diámetro (IDiam) para plantaciones forestales comerciales.

1.5. Antecedentes

Plantaciones forestales

Las plantaciones de árboles a gran escala se han extendido desde la década de 1980, y han sido establecidas principalmente para satisfacer las crecientes demandas comerciales (Bull et al., 2006; Chazdon et al., 2016; D'Amato, Rekola, Wan, Cai, & Toppmen, 2017; Pirard, Dalsecco, & Warman, 2016), además, son postuladas como medios para mitigar los efectos del cambio climático a través del secuestro de carbono en biomasa leñosa (Ingram, Van Der Werf, Kikulwe, & Wesseler, 2016; Kröger, 2017).

El incremento anual de superficie plantada a nivel mundial fue de 3.6 millones de ha para el período 1990-2000; de 2000 a 2005 llegó a 5,9 millones de ha por año, y para 2010-2015 disminuyó a 3,3 millones de ha. La superficie de bosques

plantados se ha incrementado en todas las zonas ecológicas, especialmente en la zona boreal, donde casi se duplicó. En la zonas tropical y templada, el aumento fue de 67% y 51%, respectivamente (MacDicken et al., 2016).

En cuanto a las especies más plantadas a nivel mundial, el género *Pinus* ocupa el primer lugar con más del 20%, seguido por los géneros *Eucalyptus*, *Evea*, *Acacia* y *Tectona*, 10%, 5%, 4% y 3%, respectivamente. Otras latifoliadas en conjunto ocupan un 18% y otras coníferas 11% (Velázquez et al., 2013).

Las plantaciones forestales tienen como propósitos principales: a) abastecer a la industria (PFC) con productos maderables y no maderables; b) la provisión de servicios como la protección de suelo, agua y la rehabilitación de tierras afectadas por desmostes, cambio de uso de suelo, incendios y plagas forestales (Kannien, 2010; SEMARNAT, 2005).

Los antecedentes de las PFC en México se remontan a 1932 con el primer registro del establecimiento de una PFC de *Populus* spp. en Chalco, México, para el abastecimiento de la empresa de cerillos “La imperial”. En 1953 la empresa “Fibracel, S. A.” inició un programa de PFC para abastecer su industria de tableros aglomerados, estas plantaciones se establecieron en el municipio de Tamuín, San Luis Potosí (CONAFOR, 2012; Fierros, 1978).

En el año el año 1997 comenzó el Programa para el Desarrollo de Plantaciones Forestales Comerciales (PRODEPLAN). En el Programa Estratégico Forestal para México (PEF 2025) se destacó la importancia de las PFC para aumentar la producción maderable y abastecimiento de la industria forestal, reducir la presión sobre los bosques naturales, fomentar la inversión privada y social en el sector forestal, y convertir áreas degradadas o improductivas en bosques productivos, contribuyendo de paso al mejoramiento del ambiente en general. Por lo anterior, la Comisión Nacional Forestal (CONAFOR) rediseñó en 2001 el PRODEPLAN. En la actualidad, el Programa Nacional Forestal 2013-2018 (PRONAFOR), estableció entre sus objetivos, incrementar la producción y productividad forestal sustentable mediante el establecimiento de PFC (SEMARNAT, s/f; Velázquez et al., 2013).

En el periodo 2000-2017 la superficie de PFC establecidas en México con el apoyo de la CONAFOR fue 337,735 ha (CONAFOR, 2017). Los bosques de México han contribuido con valiosos bienes y servicios a la población, la madera ha sido desde la perspectiva económica el bien más importante (Caballero, 2017). Las PFC con fines maderables se distribuyen en mayor proporción en los estados de Veracruz, Tabasco y Campeche, el cedro rojo y el eucalipto son las especies que mayormente se han plantado (Velázquez et al., 2013). De 2007 a 2012 la producción maderable proveniente de las PFC fue de 1.3 millones de m³, lo que representó el 3.4% de la producción nacional reportada por la SEMARNAT durante el mismo periodo (CONAFOR, 2017).

Las PFC establecidas en climas templados ocupan alrededor de 17 mil hectáreas, que corresponden aproximadamente al 17% del total de la superficie del país, donde *Pinus* spp. es una de las principales especies utilizadas para el aprovechamiento maderable (CONAFOR, s/f; Velázquez et al., 2013).

El estado de Michoacán tiene más de 3 millones de ha forestales equivalentes al 61% de su territorio, de las cuales 1, 124, 973 corresponden a bosques templados (COFOM, 2014). La región templada del estado es considerada prioritaria para la atención del Programa de Intervención Institucional de Plantaciones Forestales Comerciales (CONAFOR, s/f). Durante el periodo 2000-2012, Michoacán ocupó el séptimo lugar en superficie de PFC maderables a nivel nacional; de 2007 a 2011 ocupó el mismo lugar en la producción maderable proveniente de PFC.

La intensificación de la demanda de productos forestales y de servicios ambientales determinará en años venideros un aumento de la superficie de bosques plantados en el mundo (MacDicken et al., 2016).

Manejo forestal en la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan, Parangaricutiro, Michoacán

Desde 1982 la CINSP se ha dedicado a la extracción sostenible de madera. Después de varios intentos de consolidarse con ejidos y comunidades vecinas, la CINSP comenzó a extraer y vender madera de sus bosques, fue hasta 1983

cuando adquirió un aserradero industrial. En 1984, la comunidad recibió el Premio al Mérito Nacional Forestal por ser un ejemplo de organización comunitaria y de participación en el manejo sostenible de los bosques. En 1986, se firmó el Convenio sobre la Coordinación, Consulta y Gestión Compartida de los Servicios Técnicos Forestales. En el año 1999 obtuvo la certificación de Forest Stewardship Council (FSC) por sus prácticas de manejo forestal. La empresa comunal se encuentra activa en más de veinte áreas de producción, la mayoría están enfocadas en productos forestales no maderables. La CINSP es la única empresa de propiedad comunal que tiene su propio Departamento de Servicios Técnicos Forestales en Michoacán, lo cual asegura que la empresa es capaz de desarrollar planes de manejo forestal alineados y armonizados con la Ley Forestal de México (UNDP, 2012).

La vegetación dominante de la comunidad corresponde a bosques de pino-encino, donde más de 10,880 ha se asignan a la silvicultura, 1,200 ha para plantaciones forestales y viveros. Los bosques naturales se manejan con el Método Mexicano de Ordenación de Bosques Irregulares (MMOBI) y el Método de Desarrollo Silvícola (MDS), y la cosecha anual de madera es de 65, 000 m³ (UNDP, 2012; Velázquez, Bocco, Torres, López, & Gómez, 2015). Para las PFC, la información del crecimiento y rendimiento es limitada.

La empresa comunal está basada en una organización consolidada, con un aprovechamiento eficiente de los recursos forestales, además de ser una industria competitiva que genera beneficios socioeconómicos significativos para los miembros de la comunidad (CONAFOR, s/f). El éxito en el manejo del recurso forestal de la CINSP es trascendente, por ello se ha convertido en un ejemplo nacional e internacional (González-Carmona, Gasca-Moreno, & Heredia-Díaz, 2014).

Modelos de crecimiento

El crecimiento es producto de diversos factores bióticos y abióticos que interactúan sobre un árbol y sobre el bosque. Conocer cómo estos factores afectan el crecimiento de los árboles y bosques es fundamental para entender

las variaciones en la estructura y composición a través del tiempo (Burkhardt, 1997). Este crecimiento puede ser medido a diferentes niveles dentro de la estructura del árbol o bosque mediante diversas variables como diámetro, área basal, altura, volumen y biomasa. Por lo anterior, surge la necesidad de generar herramientas para estimar las existencias maderables actuales, el crecimiento e incremento de las variables de interés y las relaciones intrínsecas de diversos componentes como la biodiversidad y servicios ambientales (Návar-Chaidez, 2010).

La modelación es una técnica matemática fundamental en muchas disciplinas ecológicas (Vanclay, 1994), en el contexto de manejo forestal sustentable, sirve de apoyo con la aplicación de herramientas adecuadas para la toma de decisiones (Fontes et al., 2010).

Un modelo de crecimiento es una abstracción de la dinámica natural de un rodal o una masa forestal y puede abarcar crecimiento, mortalidad y cambios en composición y estructura. El uso común del término *modelo de crecimiento*, generalmente se refiere a un sistema de ecuaciones que puede predecir el crecimiento y rendimiento de un rodal o un árbol bajo una amplia variedad de condiciones (Vanclay, 1994; Yang et al., 2017).

Los modelos de crecimiento han evolucionado desde simples tablas a modelos que predicen variables de interés, por ejemplo, área basal, altura y volumen a nivel rodal o árbol individual, hasta llegar a modelos que utilizan variables fisiológicas para inventarios de carbono (Vargas-Larreta et al., 2017) en programas de subsidios para los dueños de los bosques.

Los modelos de crecimiento son considerados herramientas clave para actualizar los inventarios forestales, evaluar alternativas de métodos de manejo, determinar la influencia de agentes perturbadores como plagas y enfermedades y estimar el rendimiento adecuado de productos forestales. En la investigación y la consultoría, los modelos de crecimiento proporcionan información sobre las consecuencias económicas y ecológicas de una determinada decisión de manejo, sin la existencia de estas herramientas, sería complicado desarrollar

programas de manejo forestal sustentable (Gadow, Sánchez,& Álvarez, 2007; Weiskittel, Hann, Kershaw-Jr, & Vanclay, 2011).

Antecedentes de modelos de crecimiento en México

Los modelos de crecimiento aplicados al sector forestal en México comenzaron a desarrollarse en 1970, principalmente en tesis y publicaciones científicas, donde se presentaron las primeras tablas de producción y sistemas de crecimiento basados en modelos de rodal, seguido de tablas de rendimiento para bosques coetáneos y procedimientos para manejar rodales de *Abies religiosa* mediante la aplicación de cortas selectivas, además de tablas de rendimiento con datos de parcelas permanentes de muestreo, análisis troncales y medidas de árboles individuales (Aguirre,1989, Manzanilla 1974, Rincón-Gallardo & Flores-Rodríguez, 1977; Vázquez-Bautista, Zamudio-Sánchez, Alvarado-Segura, & Romo-Lozano, 2016). En 1990 Torres & Brodie desarrollaron un modelo dinámico para predecir el crecimiento y rendimiento de *Pinus hartwegii* Lindl. mediante la función de probabilidad de Weibull.

Desde los primeros modelos contruidos y en la actualidad, la investigación ha evolucionado progresivamente tanto en bosques naturales como en plantaciones forestales; se han desarrollado modelos de predicción y proyección para el diámetro normal, área basal, altura, volumen, biomasa y carbono, principalmente, hasta llegar a los sistemas de simulación por computadora (Corral-Rivas et al., 2017; Hernández-Ramos et al., 2017; Návar, 2014; Parra-Piedra et al., 2017, Quiñonez-Barraza, De los Santos-Posadas, Álvarez-González, & Velazquez-Martínez, 2014; Tamarit-Urias, Rojas-Díaz, Quiñonez-Barraza, Ordoñez-Prado, & Monárrez-González, 2017; Uranga-Valencia, De los Santos Posadas, Valdez-Lazalde, López-Upton, & Navarro-Garza, 2015; Vargas-Larreta et al., 2017). Sin embargo, es necesario actualizar, validar y calibrar los modelos existentes con nuevas bases, de otro modo podrían subestimarse o sobreestimarse las variables de interés y la programación de las intensidades de corta diferentes a la capacidad productiva podría alterar la dinámica de los bosques (Návar, 2010; Velázquez et al., 2013).

Clasificación de los modelos de crecimiento

Modelos de rodal, clases dimensionales y de árbol individual

Para la clasificación de modelos de crecimiento existen numerosas propuestas, la mayoría se enfocan en modelos empíricos y pueden ser organizados en tres tipos según su nivel de agregación: modelos de rodal, modelos de clases de dimensionales y modelos de árbol individual (Diéguez et al., 2009). El tipo de modelo a desarrollar depende tanto de los propósitos de uso y aplicación como de los recursos disponibles (Vargas-Larreta, Corral-Rivas, Cruz-Cobos, Aguirre-Calderón, & Nagel, 2008).

Modelos de rodal. Estos modelos explican el desarrollo probable del conjunto de árboles que constituyen un rodal (Diéguez et al., 2009). Un ejemplo de estos modelos son los Sistemas de Crecimiento y Rendimiento Maderable (SCRM) que representan un conjunto de ecuaciones que describen de manera cuantitativa el crecimiento y rendimiento de los rodales a través del tiempo. Los componentes del SCRM son representados por área basal, mortalidad, volumen maderable e índice de sitio, las proyecciones son afectadas por el patrón de crecimiento específico de cada rodal o bosque. Los parámetros de crecimiento y rendimiento son por unidad de área, por lo general hectárea o acre (Fierros-Mateo, De los Santos-Posadas, Fierros-González, & Cruz-Cobos, 2017; Kuliešis, Tomter, Vidal, & Lanz, 2016; Pretzsch, 2009; Wang, Borders, & Zhao, 2007).

La principal ventaja de los modelos de rodal es que requieren información fácil de medir para simular el crecimiento y estimar el volumen futuro, son más sencillos y proporcionan buenas estimaciones. La obtención de los datos suele ser menos costosa. Por otra parte, cuando existe una disponibilidad de datos restringida y para el ajuste solo se emplean los datos a nivel de parcela, se descarta información a nivel de árbol, lo que influirá en la precisión del ajuste estadístico (Diéguez et al., 2009; Salas et al., 2016).

Modelos de clases dimensionales. Los modelos de clases dimensionales permiten simular de manera separada el crecimiento de cada clase, mediante el

cálculo de características del árbol medio representativo (Vargas et al., 2008). Estos modelos estiman las variables y la estructura con una función que se ajusta a las distribuciones diamétricas, para los bosques puros o mezclados de México se han utilizado funciones de probabilidad como la Normal, Weibull, Beta, y Sb de Johnson, principalmente (Magaña-Torres, Torres-Rojo, Rodríguez-Franco, Aguirre-Díaz, & Fierros-González, 2008; Návar-Chaidez & Domínguez-Calleros 2013; Quiñonez et al., 2015).

Los modelos de clases dimensionales presentan la ventaja de predecir la evolución de existencias volumétricas y de la calidad de los productos a obtener en los tratamientos intermedios y la cosecha final. Este tipo de modelos han tenido la objeción más importante en la correlación entre el tamaño de los árboles que hace que en distancias muy cortas exista una correlación negativa debido a la competencia, mientras que, a grandes distancias y similitudes en el microclima, originan una correlación positiva que decrece con la distancia (Castedo, 2004; García, 1988).

Modelos de árbol individual. Estos modelos tratan de describir el crecimiento individual de cada uno de los árboles dentro de un rodal a partir de los fenómenos que lo condicionan (Diéguez et al., 2009). Cada árbol se caracteriza por una serie de variables de estado que reflejan las dimensiones actuales o futuras (Gadow, Pukkala, & Tomé, 2012). Las funciones de crecimiento en altura y diámetro, los sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial son ejemplos de dichos modelos.

Los modelos de árbol individual presentan la ventaja de ser más precisos, ya que se apoyan en los fenómenos que condicionan el crecimiento a un nivel más detallado que el rodal. Estos modelos tienen el inconveniente de requerir bases de datos extensas, algunas de estas muy costosas de obtener, además de exigir una elaboración metodológicamente más intensa que los modelos de rodal (Burkhart & Tomé, 2012; Castedo, 2004).

Modelos empíricos, híbridos y basados en procesos

Modelos empíricos. Los modelos empíricos explican la dinámica de los árboles o los rodales forestales a partir de datos experimentales obtenidos en parcelas de investigación en una región determinada, representando fielmente la realidad observada, pero sin tener en cuenta los mecanismos y procesos elementales de crecimiento. Su interés radica en que, a partir de variables muy fáciles de medir, proporcionan estimaciones cuantitativas muy importantes para el manejo forestal (Diéguez et al., 2009; Quiñonez, 2014).

Modelos híbridos. Los modelos híbridos incorporan variables edáficas y climáticas a los modelos empíricos, mejora sensiblemente la predicción de las estimaciones y se convierten en biológicamente más realistas (Diéguez et al., 2009; Ståhl et al., 2016).

Modelos basados en procesos. A nivel mundial existe un gran interés por modelos que emplean principios fisiológicos y son llamados modelos basados en procesos. La principal ventaja es que incluyen una descripción del comportamiento de los árboles en términos de un conjunto de relaciones funcionales, por ejemplo, procesos ecológicos y fisiológicos con el objetivo de poder estimar la producción o la productividad primaria neta en el supuesto de que cambien estos determinantes (Landsberg & Sands, 2011; Monserud, 2003). Sin embargo, estos modelos solo han mostrado mejoras modestas respecto de los modelos de crecimiento empíricos (Salas et al., 2016). Mohren (1994) afirma que es poco probable que los modelos de crecimiento sean sustituidos por modelos basados en procesos para la toma de decisiones de manejo forestal sustentable.

Modelos determinísticos y estocásticos

Modelos determinísticos. Los modelos de crecimiento de bosques son fundamentalmente determinísticos, en el sentido de que un árbol o bosque sigue la curva descrita por el modelo sin posibilidad de desviación. Un modelo de crecimiento determinístico entrega una estimación del crecimiento esperado de un bosque, de la misma manera que la esperanza estadística de una variable entrega el valor más probable de esta en una población. Dadas las mismas

condiciones iniciales, un modelo determinístico siempre predecirá el mismo resultado (Vanclay, 1994), es decir, el resultado depende únicamente de las entradas y nada se deja al azar (Salas et al., 2016).

Modelos estocásticos. Estos modelos generan diferentes resultados cada vez que se realiza la simulación, debido a la incorporación deliberada de un componente aleatorio en el modelo (Diéguez et al., 2009; Quiñonez, 2014).

Modelos estáticos y dinámicos

Modelos estáticos. Los modelos estáticos no incluyen dentro de su estructura las tasas de crecimiento de los rodales o árboles medidos y son obtenidos de un único inventario con sitios temporales de muestreo, como las tablas de producción o los guías de densidad (Diéguez et al., 2009).

Modelos dinámicos. Este tipo de modelos incluyen en su estructura la tasa de crecimiento de las variables a nivel rodal o árbol; por tanto, los datos utilizados provienen de parcelas permanentes con árboles con dos o más remediciones y con información de análisis troncales (Diéguez et al., 2009).

Cualidades de un modelo de crecimiento

Las cualidades principales según lo que destaca Mendoza (1983) en el trabajo realizado sobre conceptos generales de los modelos de crecimiento aplicados al manejo forestal sustentable son las siguientes:

- I. Generalidad. Medida en que un determinado modelo puede ser utilizado en el estudio de procesos. El caso del crecimiento modelado como curva sigmoide, es un ejemplo de modelo de generalidad amplia, puesto que puede representar diferentes objetivos del desarrollo de los rodales.
- II. Complejidad. Esta cualidad está representada por el número de variables y parámetros en el modelo, así como el número y tipo de ecuaciones. La importancia reside en los problemas que la complejidad pueda causar en cuanto a la disponibilidad de paquetes estadísticos y acumulación de errores. Entre más complejo sea un modelo aumenta el realismo para la explicación del fenómeno de estudio.

- III. Precisión, exactitud y confiabilidad. Indican el grado de aproximación de los resultados del modelo a la realidad, tanto en margen de error como en fidelidad y consistencia entre repeticiones de pruebas.
- IV. Validez. Longitud del horizonte de tiempo para el cual un modelo genera resultados válidos, así como también el área de aplicación, la cual está determinada por la base de datos utilizada en la construcción del modelo.
- V. Plasticidad. Representa una estimación de versatilidad en las aplicaciones. Si un modelo fue construido para reproducir la dinámica de una especie forestal y o un bosque específico y bajo algunas alteraciones menores, se puede usar para otras especies, entonces se trata de un modelo plástico.

Comparación, selección y validación de los modelos

Los principales criterios para la evaluación de los modelos son: coeficiente de determinación (R^2), coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}), raíz del cuadrado medio del error (RCME), coeficiente de variación (CV), F calculada, número de parámetros de la ecuación, número de variables, desviación agregada (DA) y el sesgo promedio (SP). El criterio de parsimonia se ha incluido en diversos estudios (criterio de información de Akaike [AIC] y criterio de información bayesiano [BIC]). En cuanto al análisis visual, se han empleado los gráficos que representan los residuos frente a los valores estimados o variables explicativas (Diéguez et al., 2009), así como gráficos para determinar tendencias que contradigan los supuestos de regresión (normalidad, autocorrelación y heterocedasticidad). Debido a que la bondad de ajuste no refleja necesariamente la bondad de una predicción futura (Myers, 1990), es recomendable realizar una validación del modelo con un conjunto de datos independientes (Kozak & Kozak, 2003; Myers, 1990), esta información debe ser tomada en la misma área de estudio para validar un modelo o en un área de aplicación diferente para investigar la cualidad de plasticidad.

Fuentes de información para la generación de modelos de crecimiento

Las fuentes de información principales se basan en:

- a) Parcelas permanentes: Los datos más adecuados para evaluar el crecimiento son derivados de inventarios repetidos a lo largo del tiempo en parcelas permanentes, aunque tienen el inconveniente de ser costosos de obtener y de requerir un tiempo de espera para realizar las remediciones que depende de la pauta de crecimiento de la especie analizada (Gadow, Rojo, Álvarez, & Rodríguez, 1999).
- b) Parcelas temporales: Estas parcelas se miden una vez, proporcionan datos más sencillos y menos costosos de adquirir, sin embargo, tienen una precisión menor debido a que se realiza una única medición (Gadow, Sánchez, & Aguirre, 2004; Kuliešis et al., 2016).
- c) Parcelas de intervalo: Estas parcelas se miden dos veces. El intervalo entre dos mediciones es un período de crecimiento sin perturbaciones (Gadow et al., 2004) o intervenciones silvícolas. En casos donde el error de medición es grande y/o el intervalo entre las mediciones es largo, no es posible una aproximación precisa del crecimiento (Burkhardt & Tomé, 2012).
- d) Derribo de árboles y análisis troncales: Consiste en derribar el árbol para medir de manera directa las variables de interés, además se pueden realizar cortes transversales y reconstruir el pasado con los anillos de crecimiento anuales (Aigbe, Modogu, & Oyeade, 2012). Estos datos por lo general son utilizados para evaluar la dinámica de crecimiento en diámetro, área basal, altura y volumen en función de la edad, además de ahusamiento, volumen total y comercial.

Modelos de razón de volumen

Las estimaciones del volumen total y comercial de los árboles son herramientas esenciales para el manejo y la planificación forestal, además dicho volumen es considerado como una variable indicadora del potencial o de la capacidad productiva de un rodal o un bosque (Moret, Jerez, & Mora, 1998; Özçelik & Cao 2017).

Con el manejo intensivo de las plantaciones para la obtención de diversos productos se incrementa la necesidad de estimaciones precisas del volumen del comercial (Zhao & Kane, 2017). El volumen comercial se define como la proporción del volumen total en función del diámetro mínimo comercial (Torres & Magaña, 2001). Para la estimación del volumen comercial, lo más usual es la implementación de ecuaciones de ahusamiento y razón de volumen (Prodan, Peters, Cox, & Real., 1997; Schröder, Costa, Valério, & Dos Santos Lisboa, 2015). Las ecuaciones de ahusamiento son herramientas útiles y flexibles que permiten estimar el diámetro a cualquier altura del fuste, calcular el volumen total y comercial, además de describir la forma de los árboles (López-Sánchez, Rodríguez-Soalleiro, Castedo-Dorado, Corral-Rivas, & Álvarez-González, 2016). Estas ecuaciones han sido comúnmente utilizadas en bosques naturales y PFC (Doyog, Lee, Lee, Kang, & Kim, 2017; López-Sánchez et al., 2016; Tang et al., 2016; Uranga et al., 2015); algunas presentan estructura matemática compleja, lo cual dificulta la aplicación en la práctica (por ejemplo, Fang, Borders, & Bailey, 2000) (Zhao & Kane, 2017).

Por otro lado, las funciones de razón de volumen implementan la razón proporcional entre un volumen predeterminado y el volumen total para distintas clases de árboles (Pece, 1994); el concepto de funciones de razón de volumen fue introducido por Honer (1967). Burkhart (1977) desarrolló un modelo denominado *modelo de volumen de razón o de volumen porcentual* que fue complementado con algunas variantes por Cailliez & Alder (1980), Cao, Burkhart, & Max (1980), Van Deusen, Sullivan, & Matvey (1981), Parresol, Hotvedt, & Cao (1987) (Lynch, Zhao, Harges, & Metague, 2017; Hernández-Ramos et al., 2017). Las funciones de razón de volumen corresponden a un sistema de ecuaciones integrado por funciones de volumen total y de razón de volúmenes (Gilbert & Paci, 2010), dichas funciones predicen el volumen comercial como un porcentaje del volumen total a través de una función relativa de diámetro o altura (Tang et al., 2016). Además, con una función de razón de volumen se puede estimar el diámetro mínimo de punta o altura comercial por tipo de producto (Chauchard & Sbrancia, 2005).

Los sistemas de ecuaciones integrados por modelos de volumen total y de razón son una buena alternativa en lo que se refiere a la estimación de volumen hasta un determinado índice de utilización, además son exactos en la predicción y no requieren métodos complejos de integración para calcular el volumen comercial de productos (Barrios, López, & Nieto, 2014; Trincado, Gadow, & Sandoval, 1997).

En investigaciones previas, se derivaron ecuaciones de ahusamiento compatibles con ecuaciones de razón de volumen (Clutter, 1980). Jordan, Berenhaut, Souter, & Daniels (2005) usaron un enfoque similar para obtener una ecuación de ahusamiento de una razón exponencial, la ecuación de volumen comercial fue la propuesta por Van Deusen et al. (1981) y modificada por Parresol et al. (1987) y Bullock & Burkhart (2003) (Lynch et al., 2017).

Las ecuaciones de ahusamiento compatibles derivadas de funciones razón basadas en diámetros relativos se han utilizado durante décadas (Barrios et al., 2017; Hernández-Ramos et al 2017); sin embargo, las basadas en altura relativa se han utilizado con poca frecuencia (Lynch et al., 2017; Zhao & Kane, 2017).

Recientemente, Zhao & Kane (2017) desarrollaron un enfoque para derivar ecuaciones de volumen de los perfiles relativos del volumen acumulativo. Esta metodología permite la descripción de los cambios en la razón entre el volumen acumulativo y el volumen total del fuste en función de la altura relativa. La función de razón de volumen es $R(p) = V_h / V_s$, donde el V_h (m^3) corresponde al volumen acumulativo hasta la altura h (m) sobre el suelo, V_s (m^3) es el volumen total del fuste y p es la razón entre las alturas comercial y total ($p = \frac{h}{H}$).

Altura dominante e índice de sitio

La calidad de estación se puede definir como *productividad forestal*, y es el resultado de la integración de factores bióticos y abióticos que influyen en el crecimiento de los árboles y/o cualquier otra vegetación en un determinado sitio. Las estimaciones precisas de esta productividad son un elemento clave en el manejo forestal, puesto que permiten determinar la posibilidad anual y el ciclo de

corta, además de ayudar en la toma de decisiones para la elección de las especies más adecuadas para un sitio específico. Por tanto, es necesario utilizar indicadores de la productividad potencial; uno de los más empleados es el índice de sitio, éste se define como el valor de la altura dominante de un rodal o un bosque a una determinada edad de referencia. La altura dominante es utilizada por su baja dependencia de la densidad de los rodales, además de estar estrechamente relacionada con el volumen maderable (Álvarez, Barrio, Diéguez, & Rojo, 2004; Clutter et al., 1983; Torres & Magaña, 2001).

Los modelos que relacionan la altura dominante en función de la edad de los árboles se utilizan para construir las curvas de índice de sitio, que permiten estimar y clasificar de forma sencilla la productividad de una determinada especie en un área geográfica específica (Kiviste, Álvarez, Rojo, & Ruíz, 2002; Vargas-Larreta, Álvarez-González, Corral-Rivas, & Aguirre-Calderón, 2010).

Las características principales que deben cumplir los modelos empleados para construir curvas de índice de sitio son las siguientes (Álvarez et al., 2004; Goelz & Burk, 1992; Kiviste et al., 2002):

- 1) Existencia de un punto de inflexión.
- 2) Presentar una asíntota horizontal.
- 3) Comportamiento lógico: Los modelos no deben permitir valores anormales desde el punto de vista biológico; por ejemplo, la curva de alturas debe pasar por el origen.
- 4) Base biológica: La forma de la ecuación debe derivarse del conocimiento teórico que se tenga del crecimiento de la variable dependiente analizada.
- 5) Flexibilidad, entendida como la capacidad de ajuste con precisión a diferentes conjuntos de datos.

Otra característica deseable es que los modelos sean invariantes con respecto a la edad de base, esta condición implica que la forma de las curvas no debe variar, incluso cuando se empleen diferentes edades de referencia para definir el índice

de sitio (Bailey & Clutter, 1974; Cieszewski & Bailey, 2000; Hirigoyen, Franco, & Diéguez, 2017; Vargas-Larreta et al., 2010).

La metodología que cumple con las características anteriormente mencionadas es la propuesta por Bailey & Clutter (1974) y es conocida en la literatura forestal como diferencia algebraica (ADA: *algebraic difference approach*). Cieszewski & Bailey (2000) propusieron una generalización del enfoque ADA, el método de diferencia algebraica generalizada (GADA: *generalized algebraic difference approach*). En el método ADA un parámetro de la ecuación se considera específico del sitio en función del parámetro dependiente, se obtienen curvas anamórficas o polimórficas (Bailey & Clutter, 1974). En las ecuaciones GADA, dos parámetros son específicos del sitio y generan familias de curvas polimórficas con múltiples asíntotas (Cieszewski & Bailey, 2000).

Otro de los métodos más empleados para generar curvas de índice de sitio es la curva guía, la cual caracteriza el estado de la altura para determinar la condición promedio actual, en contraste con las metodologías ADA y GADA que estiman la altura dominante en función de la edad y altura actuales y futuras (Tamarit-Urias et al., 2014).

Crecimiento en diámetro

El crecimiento e incremento en diámetro es un elemento importante en el manejo forestal, puesto que es una de las variables más fáciles de medir, y a su vez puede ser útil para estimar el crecimiento en volumen y cantidades de biomasa y carbono (Quiñonez, 2014; Sharma, Vacek, Jansa, & Kučera, 2017).

La información del crecimiento en diámetro también es importante para establecer turnos de corta maderable y se complementa con el conocimiento de la edad de los árboles de interés, obteniéndola a través de análisis troncales o virutas de crecimiento. La evaluación del crecimiento en diámetro es esencial para determinar la periodicidad con que crece el fuste, registrar la dinámica del clima u otros factores, además sirve de base para la selección de especies adecuadas para plantaciones y reforestaciones (Pineda-Herrera, Valdez-

Hernández, Pérez-Olvera, & Dávalos-Sotelo, 2015; Williams-Linera, 1996 Worbes, 1999).

El crecimiento en diámetro es más afectado por la competencia que el crecimiento en altura, ambos se pueden predecir con el empleo de ecuaciones dinámicas en ADA y GADA (Sharma et al., 2017).

1.6. Descripción del área de estudio

El estudio se realizó en PFC de *P. pseudostrobus* establecidas en la CINSP, la cual posee una superficie de 18,138 ha y se localiza en la región centro occidente del estado de Michoacán entre 19°34'-19°25' N y 102°17'-102°00' O (García-Espinoza et al., 2016). La superficie de las PFC es de 12 ha y se distribuyen en las localidades de Pario, Huerekutini, Tejamanil I y Tejamanil II.

La cadena montañosa que atraviesa la comunidad forma parte del Eje Volcánico Transversal, presenta pendientes de 5 a 80%, y está constituida por lomeríos y laderas muy pronunciadas. Dentro de las principales elevaciones destacan el cerro Prieto (2 300 m.s.n.m.) y el cerro del Pario (2 910 m.s.n.m.). El clima es templado húmedo de tipo C(w2), la temperatura media anual es de 18 °C, en el mes más frío oscila entre -3 y 18 °C, con precipitación media anual de 1,600 mm (García, 1988). La mayoría de los suelos son profundos formados por una capa de arena volcánica. Los tipos de suelos más abundantes son andosol húmico de textura mediana, andosol ócrico de textura gruesa, regosol dístrico de textura gruesa y faeozem háplico de textura mediana. Los principales tipos de vegetación son: bosque de pino, bosque de pino-encino, bosque de pino-oyamel y bosque mesófilo de montaña (Figura 1.1). En el componente arbóreo destacan: *Pinus pseudostrobus* Lindl., *P. montezumae* Lamb., *P. leiophylla* Schl. & Cham., *P. michoacana* Martínez., *P. douglasiana* Martínez, *Abies religiosa* (HBK) Schltdl. & Cham., *Quercus rugosa* Née., *Q. obtusata* Humb. & Bonpl., *Q. laurina* Humb. & Bonpl., *Q. castanea* Née., *Q. candicans* Née, *Q. dysophylla* Benth., *Alnus jorullensis* subsp. *Lutea* Furlow. y *Tilia mexicana* Schltdl. (Bello-González, Hernández-Muños, Lara-Chávez, & Salgado-Garciglia, 2015; Garcia-Espinoza et al., 2016).

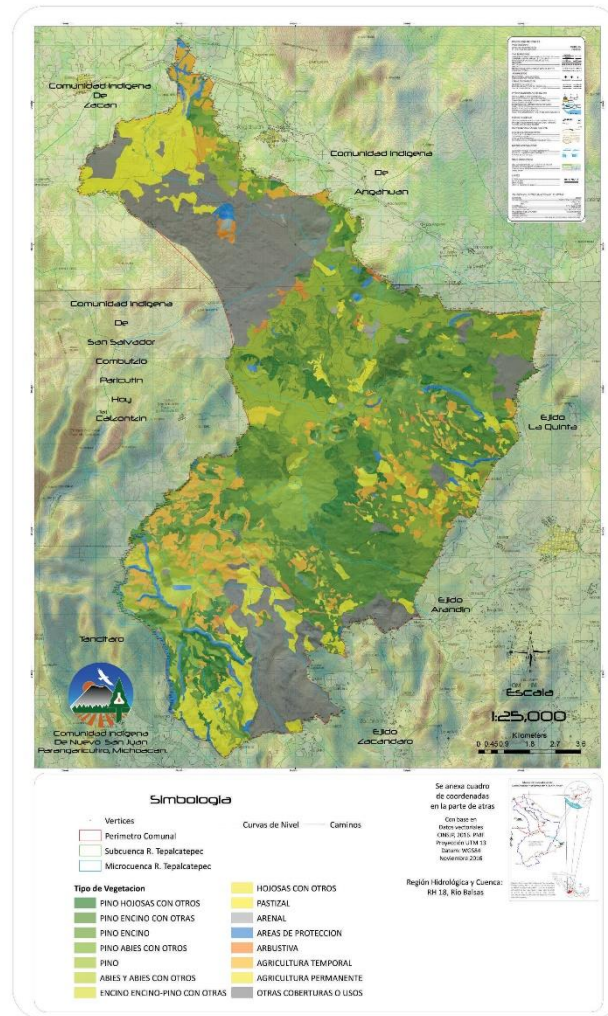


Figura 1.1. Mapa de vegetación de la CINSP.

1.7. Base de datos utilizada

La base de datos proviene de análisis de ahusamiento y análisis troncales de 42 árboles de *P. pseudostrobus* en PFC, los cuales se distribuyeron en las cuatro localidades de estudio, con edades de 26 y 28 años. La densidad inicial de las plantaciones fue de 2 500 árboles por ha. El manejo de las plantaciones consistió en la aplicación de podas y aclareos, la cosecha final se programó a una edad de 30 años.

Para el análisis de ahusamiento, se obtuvieron trozas de 0.3 m, 0.6 m, 1.3 m y secciones entre 2.5 m y 3.3 m hasta la altura total. En cada árbol se midió el diámetro normal, altura total, diámetro a una altura definida y diámetros de las

ramas mayores a 3 cm en la base. Además, se obtuvieron cortes transversales de cada troza, los cuales fueron evaluados con la metodología de análisis troncales.

1.8. Bibliografía

- Aguirre Calderón, O. A. (1989). *Aufstellung von ertragstafeln auf der basis einmaliger waldaufnahmen am beispiel von Pinus pseudostrobus Lindl. im nordosten mexikos*. Gottingen. Deutschland. Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades des Forestwissenschaftlichen Fachbereichs der Georg-August-Universität Gottingen.
- Aguirre-Calderón, O. A. (2015). Manejo forestal en el siglo XXI. *Madera y Bosques*, 21(SPE), 17-28.
- Aigbe, H. I., Modogu, W. W., & Oyebade, B. A. (2012). Modeling volume from stump diameter of *Terminalia ivorensis* (A. CHEV) in Sokponba Forest Reserve, Edo State, Nigeria. *ARPJ Journal of Agricultural and Biological Science*, 7(3), 146-151.
- Álvarez González, J. G., Barrio Anta, M., Diéguez Aranda, U., & Rojo Alboreca, A. (2004). Metodología para la construcción de curvas de calidad de estación. *Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales*, (18).
- Bailey, R. L., & Clutter, J. L. (1974). Base-age invariant polymorphic site curves. *Forest Science*, 20(2), 155-159.
- Barrios, A., López, A. M., & Nieto, V. (2014). Predicción de volúmenes comerciales de *Eucalyptus grandis* a través de modelos de volumen total y de razón. *Colombia forestal*, 17(2), 137-149.
- Bello-González, M. A., Hernández-Muñoz, S., Lara-Chávez, M. B. N., & Salgado-Garciglia, R. (2015). Useful plants of indigenous community from Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacan, Mexico. *Polibotánica*, 39, 175-215.
- Borders, B. E., & Bailey, R. L. (1986). A compatible system of growth and yield equations for slash pine fitted with restricted three-stage least squares. *Forest Science*, 32(1), 185-201.

- Bull, G. Q., Bazett, M., Schwab, O., Nilsson, S., White, A., & Maginnis, S. (2006). Industrial forest plantation subsidies: Impacts and implications. *Forest Policy and Economics*, 9(1), 13-31.
- Bullock, B. P., & Burkhart, H. E. (2003). Equations for predicting green weight of loblolly pine trees in the South. *Southern Journal of Applied Forestry*, 27(3), 153-159.
- Burkhart, H. E. (1977). Cubic-foot volume of loblolly pine to any merchantable top limit. *Southern Journal of Applied Forestry*, 1(2), 7-9.
- Burkhart, H. E. (1997). Development of empirical growth and yield models. *Empirical and process-based models for forest tree and stand growth simulation. Lisboa: Salamandra*, 53-60.
- Burkhart, H. E., & Tomé, M. (2012). *Modeling forest trees and stands*. Springer Science & Business Media.
- Caballero Deloya, M. (2017). Tendencia histórica de la producción maderable en el México contemporáneo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 8(43), 4-26.
- Cailliez, F., & Alder, D. (1980). Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos. *Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación. p.(1)*.
- Cao, Q. V., & Burkhart, H. E. (1980). Cubic-foot volume of loblolly pine to any height limit. *Southern Journal of Applied Forestry*, 4(4), 166-168.
- Cao, Q. V., Burkhart, H. E., & Max, T. A. (1980). Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit. *Forest Science*, 26(1), 71-80.
- Castedo, F. (2004). Modelo dinámico de crecimiento para las masas de *Pinus radiata* D. Don en Galicia. Simulación de alternativas selvícolas con inclusión del riesgo de incendio. Tesis doctoral. Universidad de Santiago de Compostela, Lugo, España.
- Castellanos-Acuña, D., Sáenz-Romero, C., Lindig-Cisneros, R. A., Sánchez-Vargas, N. M., Lobbit, P., & Montero-Castro, J. C. (2013). Variación altitudinal entre especies y procedencias de *Pinus pseudostrobus*, *P.*

- devoniana* y *P. leiophylla*. Ensayo de vivero. *Revista Chapingo. Serie ciencias forestales y del Ambiente*, 19(3), 399-411.
- Chauchard, L., & Sbrancia, R. (2005). Funciones de razón para la estimación de los volúmenes maderables de Pino radiata en el País Vasco. *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales*, 14(2), 185-194.
- Chazdon, R. L., Brancalion, P. H., Laestadius, L., Bennett-Curry, A., Buckingham, K., Kumar, C., ... & Wilson, S. J. (2016). When is a forest a forest? Forest concepts and definitions in the era of forest and landscape restoration. *Ambio*, 45(5), 538-550. doi: 10.1007/s13280-016-0772-y
- Cieszewski, C. J., & Bailey, R. L. (2000). Generalized algebraic difference approach: theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. *Forest Science*, 46(1), 116-126.
- Clutter, J. L. (1980). Notes: Development of Taper Functions from Variable-Top Merchantable Volume Equations. *Forest Science*, 26(1), 117-120.
- Clutter, J. L., Fortson, J. C., Pienaar, L. V., Brister, G. H., & Bailey, R. L. (1983). *Timber management: a quantitative approach*: John Wiley & Sons, Inc.
- Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). (2017). Consultado 18-03-2018 en <https://www.gob.mx/conafor/documentos/plantaciones-forestales-comerciales-27940>
- Comisión Nacional Forestal. (2012). Programa de Desarrollo de Plantaciones Forestales Comerciales, a 15 años de su creación.
- Corral-Rivas, J. J., Vega-Nieva, D. J., Rodríguez-Soalleiro, R., López-Sánchez, C. A., Wehenkel, C., Vargas-Larreta, B., ... & Ruiz-González, A. D. (2017). Compatible System for Predicting Total and Merchantable Stem Volume over and under Bark, Branch Volume and Whole-Tree Volume of Pine Species. *Forests*, 8(11), 417. doi: 10.3390/f8110417
- D'Amato, D., Rekola, M., Wan, M., Cai, D., & Toppinen, A. (2017). Effects of industrial plantations on ecosystem services and livelihoods: Perspectives of rural communities in China. *Land Use Policy*, 63, 266-278. doi: 10.1016/j.landusepol.2017.01.044

- Diéguez-Aranda, U., Rojo Alboreca, A., Castedo-Dorado, F., Álvarez González, J. G., Barrio-Anta, M., Crecente-Campo, F., ... & Balboa-Murias, M. A. (2009). Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. *Forestry*.doi:10.1139/x03-022.
- Doyog, N. D., Lee, Y. J., Lee, S. J., Kang, J. T., & Kim, S. Y. (2017). Compatible taper and stem volume equations for *Larix kaempferi* (Japanese larch) species of South Korea. *Journal of Mountain Science*, 14(7), 1341-1349. doi: 10.1007/s11629-016-4291-x
- Fang, Z., Borders, B. E., & Bailey, R. L. (2000). Compatible Volume-Taper Models for Loblolly and Slash Pine Based on a System with Segmented-Stem Form Factors. *Forest Science*, 46(1), 1-12.
- Fierros González, A. M. 1978. Ensayos de introducción del género *Eucalyptus* en algunas regiones de México. Tesis Ing. Agr. esp. en Bosques. Escuela Nacional De Agricultura, Chapingo, México.
- Fierros-Mateo, R., De los Santos-Posadas H. M., Fierros-González, M. A., & Cruz-Cobos, F. (2017). Crecimiento y rendimiento maderable en plantaciones de *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen. *Agrociencia*, 51(2), 201-214.
- Fontes, L., Bontemps, J. D., Bugmann, H., Van Oijen, M., Gracia, C., Kramer, K., ... & Skovsgaard, J. P. (2010). Models for supporting forest management in a changing environment. *Forest Systems*, 19, 8-29.
- Gadow, K. v., Rojo Alboreca, A., Álvarez González, J. G., & Rodríguez Soalleiro, R. (1999). Ensayos de crecimiento. Parcelas permanentes, temporales y de intervalo. *Forest Systems*, 8(3), 299-310.
- Gadow, K. v, Sánchez Orois, S., & Aguirre Calderón, O. A. (2004). Manejo forestal con bases científicas. *Madera y Bosques*, 10(2), 3-16.
- Gadow, K. v., Pukkala, T., & Tomé, M. (Eds.). (2012). *Sustainable forest management* (Vol. 1). Springer Science & Business Media.
- Gadow, K. v., Sánchez Orois, S., & Álvarez González, J. G. (2007). Estructura y crecimiento del bosque. *Universidad de Göttingen, Alemania*.

- Galán Larrea, R., De los Santos Posadas, H. M., & Valdez Hernández, J. I. (2008). Crecimiento y rendimiento de *Cedrela odorata* L. y *Tabebuia donnell-smithii* Rose en San José Chacalapa, Pochutla, Oaxaca. *Madera y Bosques*, 14(2), 65-82.
- García, E. Modificaciones al Sistema de Clasificación Climática de Köppen. 1988. *UNAM Instituto de Geografía. México DF.*
- García, O. (1988). Growth modelling-a (re) view. *New Zealand Forestry*, 33(3), 14-17.
- García-Espinoza, G. G., García-Magaña, J. J., Hernández-Ramos, J., Muñoz-Flores, H. J., García-Cuevas, X., & Hernández-Ramos, A. (2016). Precisión de los coeficientes y cocientes de forma en la estimación del volumen de *Pinus montezumae* Lamb. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 7, 19-36.
- Gilbert, H., & Paci, C. (2010). An assessment of volume-ratio functions for *Eucalyptus globulus* and *E. nitens* in Chile. *Ciencia e Investigación Agraria*, 37(1), 5-15.
- Goelz, J. C. G., & Burk, T. E. (1992). Development of a well-behaved site index equation: jack pine in north central Ontario. *Canadian Journal of Forest Research*, 22(6), 776-784.
- González Carmona, E., Gasca Moreno, E., & Heredia Díaz, P. (2014). Cultura organizacional del sistema empresarial de la comunidad indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro: un manejo sustentable forestal. *Revista Mexicana de Agronegocios*, 18(35).
- Hernández-Ramos, J., De los Santos-Posadas, H. M., Valdez-Lazalde, J. R., Tamarit-Urías, J. C., Ángeles-Pérez, G., Hernández-Ramos, A., ... & Peduzzi, A. (2017). Estimación del volumen comercial en plantaciones de *Eucalyptus urophylla* con modelos de volumen total y de razón. *Agrociencia*, 51(5), 561-580.
- Hirigoyen, A., Franco, J., & Diéguez, U. (2018). Modelo dinámico de rodal para *Eucalyptus globulus* (L.) en Uruguay. *Agrociencia Uruguay*, 22(1), 63-80.

- Honer, T. G. (1967). *Standard volume tables and merchantable conversion factors for the commercial tree species of central and eastern Canada*(No. 634.9285 H6).
- Comisión Nacional Forestal. (2017). Consultado 23-8-2018 https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/355127/Apoyos_verificados_Plantaciones_Forestales_Comerciales.pdf
- Ingram, V., Van Der Werf, E., Kikulwe, E., & Wesseler, J. H. H. (2016). Evaluating the impacts of plantations and associated forestry operations in Africa—methods and indicators. *International Forestry Review*, 18(1), 44-55. doi: 10.1505/146554816818206087
- Jordan, L., Berenhaut, K., Souter, R., & Daniels, R. F. (2005). Parsimonious and Completely Compatible Taper, Total, and Merchantable Volume Models. *Forest Science*, 51(6), 578-584. doi:10.1093/forestscience/51.6.578
- Kanninen, M. (2010). Plantation forests: global perspectives. In *Ecosystem goods and services from plantation forests* (pp. 17-31). Routledge.
- Kiviste, A., Álvarez González, J. G., Rojo Alboreca, A., & Ruíz González, A. D. (2002). *Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal* (No. 634.956 F8). Madrid: Instituto nacional de investigación y tecnología agraria y alimentaria.
- Kozak, A., & Kozak, R. (2003). Does cross validation provide additional information in the evaluation of regression models? *Canadian Journal of Forest Research*, 33(6), 976-987.
- Kröger, M. (2017). Inter-sectoral determinants of forest policy: the power of deforesting actors in post-2012 Brazil. *Forest Policy and Economics*, 77, 24-32. doi: 10.1016/j.forpol.2016.06.003
- Kuliešis, A., Tomter, S. M., Vidal, C., & Lanz, A. (2016). Estimates of stem wood increments in forest resources: comparison of different approaches in forest inventory: consequences for international reporting: case study of European forests. *Annals of Forest Science*, 73(4), 857-869. doi: 10.1007/s13595-016-0559-0

- Landsberg, J. J., & Sands, P. J. (2011). *Physiological ecology of forest production: principles, processes and models* (Vol. 4). Elsevier/Academic Press. doi: :10.1093/treephys/tpr062
- López-Sánchez, C. A., Rodríguez-Soalleiro, R., Castedo-Dorado, F., Corral-Rivas, S., & Álvarez-González, J. G. (2016). A taper function for *Pseudotsuga menziesii* plantations in Spain. *Southern Forests: a Journal of Forest Science*, 78(2), 131-135. doi:10.2989/20702620.2015.1136505
- Lynch, T. B., Zhao, D., Harges, W., & McTague, J. P. (2017). Deriving compatible taper functions from volume ratio equations based on upper-stem height. *Canadian Journal of Forest Research*, 47(10), 1424-1431. doi: 10.1139/cjfr-2017-0108
- MacDicken, K., Jonsson, Ö., Piña, L., Maulo, S., Contessa, V., Adikari, Y., ... & D'Annunzio, R. (2016). Evaluación de los recursos forestales mundiales 2015: ¿Cómo están cambiando los bosques del mundo?
- Magaña Torres, O. S., Torres Rojo, J. M., Rodríguez Franco, C., Aguirre Díaz, H., & Fierros González, A. M. (2008). Predicción de la producción y rendimiento de *Pinus rudis* Endl. en Aloapan, Oaxaca. *Madera y Bosques*, 14(1), 5-13.
- Malkamäki, A., D'Amato, D., Hogarth, N. J., Kanninen, M., Pirard, R., Toppinen, A., & Zhou, W. (2018). A systematic review of the socio-economic impacts of large-scale tree plantations, worldwide. *Global Environmental Change*, 53, 90-103. doi: 10.1016/j.gloenvcha.2018.09.001
- Manzanilla, H. (1974). Investigaciones Epidométricas y Silvícolas en Bosques Mexicanos de *Abies religiosa*. Dirección General de Información y Relaciones Públicas, Secretaría de Agricultura y Ganadería, México, D.F.
- Mendoza, B. M. A. (1983). Conceptos generales sobre modelaje matemático. *Primera reunión sobre modelos de crecimiento de árboles y masas forestales. SARH-SF-INIF. Publicación especial*, (44), 35-45.
- Mohren, G. M. J. (1994). Contrasts between biologically-based process models and management-oriented growth and yield models. *Forest Ecology and Management*, 69, 1-5.

- Monserud, R. A. (2003). Evaluating forest models in a sustainable forest management context. *Forest Biometry, Modelling and Information Sciences*, 1(1), 35-47.
- Moret, A. Y., Jerez, M., & Mora, A. (1998). Determinación de ecuaciones de volumen para plantaciones de teca (*Tectona grandis* L.) en la Unidad Experimental de la Reserva Forestal Caparo, Estado Barinas–Venezuela. *Revista Forestal Venezolana*, 42(1), 41-50.
- Muñoz Flores, H. J., Sáenz Reyes, J. T., García Magaña, J. J, Coria Ávalos, V. M, & Muñoz Vega, Y. (2015). Áreas potenciales para establecer plantaciones comerciales de pino en la Sierra Purhépecha, Michoacán. *Foresta Veracruzana*, 17(2), 35-42.
- Myers, R. H. (1990). *Classical and modern regression with applications* (Vol. 2). Belmont, CA: Duxbury press.
- Návar, J. (2014). A stand-class growth and yield model for Mexico's northern temperate, mixed and multiaged forests. *Forests*, 5(12), 3048-3069. doi: 10.3390/f5123048
- Návar-Cháidez, J. D. J. (2010). Los bosques templados del estado de Nuevo León: el manejo sustentable para bienes y servicios ambientales. *Madera y Bosques*, 16(1), 51-69.
- Návar-Cháidez, J. D. J., & Domínguez-Calleros, P. A. (2013). Modelo de incremento y rendimiento: ejemplos y aplicaciones para bosques templados mexicanos. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 4(18), 8-27.
- Özçelik, R., & Cao, Q. V. (2017). Evaluation of Fitting and Adjustment Methods for Taper and Volume Prediction of Black Pine in Turkey. *Forest Science*, 63(4), 349-355. doi: doi.org/10.5849/FS.2016-067
- Palacios-Velázquez, C., Rodríguez-García, J. C., Barrero-Medel, H., & Pérez-Lazo, Y. (2018). Modelación del crecimiento de *Caesalpinea violacea* (Mill.) Standl en la Empresa Agroforestal (EAF) Guanahacabibes, Cuba. *Revista Forestal Mesoamericana Kurú*, 15(36), 30-36. doi: 10.18845/rfmk.v15i36.3427

- Parra-Piedra, J. P., De los Santos-Posadas, H. M., Fierros-González, A. M., Valdez-Lazalde, J. R., & Romo-Lozano, J. L. (2017). Proyección explícita e implícita del rendimiento maderable de plantaciones forestales comerciales de *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. *Agrociencia*, 51(4), 455-470.
- Parresol, B. R., Hotvedt, J. E., & Cao, Q. V. (1987). A volume and taper prediction system for bald cypress. *Canadian Journal of Forest Research*, 17(3), 250-259.
- Payn, T., Carnus, J. M., Freer-Smith, P., Kimberley, M., Kollert, W., Liu, S., ... & Wingfield, M. J. (2015). Changes in planted forests and future global implications. *Forest Ecology and Management*, 352, 57-67. doi: 10.1016/j.foreco.2015.06.021
- Pece, R., M. (1994). Tabla de volumen comercial para *Eucalyptus pellita* utilizando el método de la razón volumétrica. *Quebracho* 2: 54-63.
- Pienaar, L. V., & Rheney, J. W. (1993). Yield prediction for mechanically site-prepared slash pine plantations in the southeastern coastal plain. *Southern Journal of Applied Forestry*, 17(4), 163-173.
- Pineda-Herrera, E., Valdez-Hernández, J. I., Pérez-Olvera, C. D. L. P., & Dávalos-Sotelo, R. (2015). Fenología, crecimiento en diámetro y periodicidad de *Hura polyandra* en Costa Grande, Guerrero, México. *Botanical Sciences*, 93(4), 741-753.
- Pirard, R., Dal Secco, L., & Warman, R. (2016). Do timber plantations contribute to forest conservation? *Environmental Science & Policy*, 57, 122-130. doi: 10.1016/j.envsci.2015.12.010
- Pretzsch, H. (2009). Forest dynamics, growth, and yield. In *Forest Dynamics, Growth and Yield* (pp. 1-39). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Prodan, M., Peters, R., Cox, F., & Real, P. (1997). *Mensura Forestal*. GTZ/IICA. *Serie Investigación y Educación en Desarrollo Sostenible*. San José, Costa Rica.
- Programas Específicos de Intervención Institucional. Programa de Plantaciones Forestales Comerciales 2014-2018. S/F. Consultado 15-06-2018 en

https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/251747/Programa_especifico_de_intervencion_institucional_Plantaciones_Forestales_Comerciales_2014-2018.pdf

- Quiñonez Barraza, G. (2014). Sistema de crecimiento y rendimiento para las principales especies comerciales de *Pinus* en Durango, México. Tesis de doctoral, Colegio de Postgraduados, Campus Montecillo, Texcoco, Edo. de México, México.
- Quiñonez Barraza, G., De los Santos Posadas, H. M., Cruz Cobos, F., Velázquez Martínez, A., Ángeles Pérez, G., & Ramírez Valverde, G. (2015). Modelación dinámica de distribuciones diamétricas en masas mezcladas de *Pinus* en Durango, México. *Madera y Bosques*, 21(2), 59-71.
- Quiñonez-Barraza, G., De los Santos-Posadas, H. M., Álvarez-González, J. G., & Velázquez-Martínez, A. (2014). Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial para las principales especies de *Pinus* en Durango, México. *Agrociencia*, 48(5), 553-567.
- Rincón Gallardo, G. & Flores Rodríguez, L. J. (1977) Tabla normal de producción para *Pinus hartwegii* Lind. en la estación experimental Zoquiapan, México. *Revista Chapingo*. 3, 3-13.
- Sáenz Reyes, J. T., Muñoz Flores, H. J., & Rueda Sánchez. A. (2011). *Especies promisorias de clima templado para plantaciones forestales comerciales en Michoacán. Libro Técnico Núm. 10* (p. 213). SAGARPA-INIFAP-CIRPAC-Campo Experimental Uruapan. Uruapan, Michoacán, México.
- Salas, C., Gregoire, T. G., Craven, D. J., & Gilabert, H. (2016). Modelación del crecimiento de bosques: estado del arte. *Bosque (Valdivia)*, 37(1), 03-12. doi: 10.4067/S0717-92002016000100001
- Santiago-García, W., De los Santos-Posadas, H. M., Ángeles-Pérez, G., Valdez-Lazalde, J. R., & Ramírez-Valverde, G. (2013). Sistema compatible de crecimiento y rendimiento para rodales coetáneos de *Pinus patula*. *Revista Fitotecnia Mexicana*, 36(2), 163-172.

- Schröder, T., Costa, E. A., Valério, A. F., & Dos Santos Lisboa, G. (2015). Taper Equations for *Pinus elliottii* Engelm. in Southern Paraná, Brazil. *Forest Science*, 61(2), 311-319. doi:10.5849/forsci.14-054
- SEMARNAT. (2005). Indicadores básicos del desempeño ambiental en México: 2005. SEMARNAT-PNUD. Tlalpan, México D. F. 284 p.
- Sharma, R. P., Vacek, Z., Vacek, S., Jansa, V., & Kučera, M. (2017). Modelling individual tree diameter growth for Norway spruce in Czech Republic using generalized algebraic difference approach. *Journal of Forest Science*, 63(5), 227-238. doi: 10.17221/135/2016-JFS
- Ståhl, G., Saarela, S., Schnell, S., Holm, S., Breidenbach, J., Healey, S. P., ... & Gregoire, T. G. (2016). Use of models in large-area forest surveys: comparing model-assisted, model-based and hybrid estimation. *Forest Ecosystems*, 3(1), 5. doi: 10.1186/s40663-016-0064-9
- Tamarit Urias, J. C. (2013). Cubicación, crecimiento y rendimiento maderable e inventario operativo para *Tectona grandis* en el sureste de México. Tesis doctoral, Colegio de Postgraduados, Campus Montecillo, Texcoco, Edo. de México, México.
- Tamarit Urias, J. C., Rojas Díaz, E., Quiñonez Barraza, G., Ordoñez Prado, C., & Monárrez González, J. C. (2017). Sistema de cubicación para árboles individuales de *Quercus* sp. en bosques bajo manejo de Puebla, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 8(40), 69-88.
- Tamarit-Urias, J. C., De los Santos-Posadas, H. M., Aldrete, A., Valdez-Lazalde, J. R., Ramírez-Maldonado, H., & Guerra-De la Cruz, V. (2014). Ecuaciones dinámicas de índice de sitio para *Tectona grandis* en Campeche, México. *Agrociencia*, 48(2), 225-238.
- Tang, X., Pérez-Cruzado, C., Fehrmann, L., Álvarez-González, J. G., Lu, Y., & Kleinn, C. (2016). Development of a compatible taper function and stand-level merchantable volume model for Chinese fir plantations. *PloS one*, 11(1), e0147610. doi: 10.1371/journal.pone.0147610
- Torres, J. M., & Magaña, O. S. (2001). *Evaluación de plantaciones forestales*. Limusa.

- Torres-Rojo, J. M., & Brodie, J. D. (1990). Demonstration of benefits from an optimization approach to the economic analysis of natural pine stands in Central Mexico. *Forest Ecology and Management*, 36(2-4), 267-278.
- Trincado, G., Gadow, K. v., & Sandoval, V. (1997). Estimación de volumen comercial en latifoliadas. *Bosque*, 18(1), 39-44.
- United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division. (2017). World Population Prospects: The 2017 Revision, Key Findings and Advance Tables. Working Paper. ESA/P/WP/248.46
- United Nations Development Programme. (2012). Indigenous Community of Nuevo San Juan Parangaricutiro, Mexico. *Equator Initiative Case Study Series*. New York, NY.
- United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division. World Population Prospects: The Revision, Key Findings and Advance Tables. (2017). Working Paper ESA/P/WP/248.46
- Uranga-Valencia, L. P., De los Santos-Posadas, H., M., Valdez-Lazalde, J. R., López-Upton, J., & Navarro-Garza, H. (2015). Volumen total y ahusamiento para *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. en tres condiciones de bosque. *Agrociencia*, 49(7), 787-801.
- Van Deusen, P. C., Sullivan, A. D., & Matvey, T. G. (1981). A prediction system for cubic foot volume of loblolly pine applicable through much of its range. *Southern Journal of Applied Forestry*, 5(4), 186-189.
- Vanclay, J. K. (1994). Modelling forest growth and yield: applications to mixed tropical forests. *School of Environmental Science and Management Papers*, 537.
- Vargas Larreta, B., Corral Rivas, J. J., Cruz Cobos, F., Aguirre Calderón, O. A. & Nagel, J. (2008). Uso y aplicación de los simuladores de crecimiento forestal en la toma de decisiones silviculturales. *Revista Forestal Latinoamericana*, 23(2), 33-52.
- Vargas-Larreta, B., Álvarez-González, J. G., Corral-Rivas, J. J., & Aguirre Calderón, Ó. A. (2010). Construcción de curvas dinámicas de índice de sitio para *Pinus cooperi* Blanco. *Revista Fitotecnia Mexicana*, 33(4), 343-350.

- Vargas-Larreta, B., Corral-Rivas, J. J., Aguirre-Calderón, O. A., López-Martínez, J. O., De los Santos-Posadas, H. M., Zamudio-Sánchez, F. J., ... & Aguirre-Calderón, C. G. (2017). SiBiFor: Sistema Biométrico Forestal para el manejo de los bosques de México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 23(3), 437-455. doi: 10.5154/r.rchscfa.2017.06.040
- Vásquez-Bautista, N., Zamudio-Sánchez, F. J., Alvarado-Segura, A. A., & Romo-Lozano, J. L. (2016). Forest biometric models in Hidalgo, Mexico: state of the art. *Revista Chapingo. Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 22(3), 351-367. doi: 10.5154/r.rchscfa.2015.09.043
- Velázquez, A., Bocco, G., Torres, A., Lopez, A. C., & Gómez, F. A. (2015). Indigenous Community of Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, Mexico. In *Forest Plans of North America* (pp. 169-175). doi: 10.1016/B978-0-12-799936-4.00020-5
- Velázquez, M. A., Fierros, G. A. M., Aldrete, A., Gómez, G. A., Fernández, C. S., De los Santos, P. H., & Ramírez, H. C. (2013). Situación actual y perspectivas de las plantaciones forestales comerciales en México. *Comisión Nacional Forestal (CONAFOR). México, DF, México.*
- Verheyen, K., Vanhellemont, M., Auge, H., Baeten, L., Baraloto, C., Barsoum, N., ... & Haase, J. (2016). Contributions of a global network of tree diversity experiments to sustainable forest plantations. *Ambio*, 45(1), 29-41. doi: 10.1007/s13280-015-0685-1
- Wang, M., Borders, B., & Zhao, D. (2007). Parameter estimation of base-age invariant site index models: which data structure to use? *Forest Science*, 53(5), 541-551.
- Weiskittel, A. R., Hann, D. W., Kershaw Jr, J. A., & Vanclay, J. K. (2011). *Forest growth and yield modeling*. John Wiley & Sons.
- Williams-Linera, G. (1996). Crecimiento diamétrico de árboles caducifolios y perennifolios del bosque mesófilo de montaña en los alrededores de Xalapa. *Madera y Bosques*, 2(2), 53-65.

- Worbes, M. (1999). Annual growth rings, rainfall-dependent growth and long-term growth patterns of tropical trees from the Caparo Forest Reserve in Venezuela. *Journal of ecology*, 87(3), 391-403.
- Yang, T., Zhang, H., Li, Y., Ma, Z., Huang, R., & Li, S. (2017). The visual simulation technology in formatting forest management plan at unit level based on WF. *2017 2nd International Conference on Image, Vision and Computing (ICIVC)*, 739-745. doi: 10.1109/ICIVC.2017.7984654
- Zhao, D., & Kane, M. (2017). New variable-top merchantable volume and weight equations derived directly from cumulative relative profiles for loblolly pine. *Forest Science*, 63(3), 261-269. doi: 0.5849/FS.2016-076
- Zheng, C., Wang, Y., Jia, L., Mason, E. G., We, S., Sun, C., & Duan, J. (2017). Compatible taper-volume models of *Quercus variabilis* Blume forests in north China. *iForest-Biogeosciences and Forestry*, 10(3), 567. doi: 10.3832/ifor2114-010

CAPÍTULO II

2. SISTEMAS DE AHUSAMIENTO Y VOLUMEN BASADOS EN MODELOS DE RAZÓN PARA *Pinus pseudostrobus* Lindley

2.1. Resumen

Los estudios de las relaciones funcionales entre diámetro relativo o altura relativa del fuste para la estimación del rendimiento maderable son fundamentales en el manejo y aprovechamiento de plantaciones forestales comerciales (PFC). Con datos de análisis de ahusamiento de 42 árboles de *Pinus pseudostrobus* Lindl. en PFC de la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro (CINSP), Michoacán, México, se ajustaron y evaluaron seis sistemas compatibles para predecir el ahusamiento (d), volumen comercial (V_c), volumen de fuste (V_f), volumen total árbol (V_t) y volumen de ramas (V_r). Las ecuaciones compatibles de ahusamiento y volumen comercial se basaron en modelos de razón de volúmenes. Tres ecuaciones de V_f fueron probadas en cada sistema. En general, los sistemas compatibles presentaron precisión estadística en los componentes de d , V_c , V_f , V_t , pero menor en V_r . Tres sistemas compatibles fueron seleccionados, de acuerdo con los estadísticos de bondad de ajuste más eficientes y cada uno incorporó una ecuación de volumen total diferente. Los sistemas compatibles basados en modelos de razón de volumen constituyen una herramienta sencilla y confiable para la estimación de las existencias maderables y clasificación de productos de *P. pseudostrobus* en PFC en Michoacán, México.

Palabras clave: ahusamiento, volumen comercial, ecuaciones compatibles, volumen de fuste, volumen de ramas, volumen total.

2.2. Abstract

Studies on functional relationships between relative stem diameter and height to estimate timber yield are essential in management planning of commercial forest plantations (CFP). With taper analyses data of 42 *Pinus pseudostrobus* Lindl. trees in the indigenous community of Nuevo San Juan Parangaricutiro (CINSP),

Michoacan, Mexico, six compatible systems for predicting taper (d), merchantable volume (V_m), stem volume (V_s), total tree volume (V_t) and branch volume (V_b) were fitted and evaluated. The compatible taper and merchantable volume equations were based on volume ratio equations. Three V_s equations were tested in each system. In general, the compatible systems presented statistical accuracy in the d , V_m , V_s and V_t components but was lower accurate in V_b . Three compatible systems were selected, according to their more efficient goodness of fit statistics, and a different total volume equation was incorporated into each system. The compatible systems based on volume ratio equations are simple, reliable tools for estimation of timber stocks and products classification of *P. pseudostrobus* in CFP in Michoacan, Mexico.

Keywords: branch volume, compatible equations, merchantable volumen, stem volumen, taper volumen, total tree volumen.

2.3. Introducción

Con la creciente demanda de madera, la estimación y predicción precisa de volumen es una actividad fundamental de los administradores forestales para determinar el rendimiento económico y, por tanto, la elección de especies y tratamientos silvícolas que serán aplicados en una condición específica y periodos de rotación forestal (Schröder, Costa, Valério, & dos Santos Lisboa, 2015; Tang et al., 2016).

Las ecuaciones de volumen total son una herramienta confiable para cuantificar las existencias maderables, sin embargo, el volumen comercial también debe ser incluido para considerar los productos que tienen influencia en el rendimiento económico (Schröder et al., 2015). Las mediciones del diámetro y altura en el fuste de los árboles se pueden utilizar para estimar el volumen total y comercial, lo más usual es mediante el uso de ecuaciones de ahusamiento y de razón de volumen (Prodan, Peters, Cox, & Real, 1997; Quiñonez-Barraza, De los Santos-Posadas, Álvarez-González, & Velázquez-Martínez, 2014). Las ecuaciones de ahusamiento son herramientas útiles y flexibles para estimar los volúmenes totales y comerciales tanto en modelos de crecimiento como en inventarios

forestales (López-Sánchez, Rodríguez-Soalleiro, Castedo-Dorado, Corral-Rivas, & Álvarez-González, 2016), cuando se integran, pueden proporcionar estimaciones del volumen a los límites superiores comerciales, así como a la altura total del árbol.

El concepto de funciones de razón de volumen fue introducido por Honer (1967) y desarrollado por Burkhart (1977), el cuál corresponde a un sistema de ecuaciones integrado por funciones de volumen total y de razón de volúmenes (Gilabert & Paci, 2010). Las ecuaciones de razón de volumen predicen el volumen comercial como un porcentaje del volumen total a través de una función relativa de diámetro o altura (Tang et al., 2016).

En estudios previos, se derivaron ecuaciones de ahusamiento compatibles con ecuaciones de razón de volumen a un diámetro definido (Clutter, 1980). Recientemente, se desarrolló un enfoque para derivar ecuaciones de volumen de los perfiles relativos del volumen acumulativo. Esta metodología permite la descripción de los cambios en la razón entre el volumen acumulativo y el volumen total del fuste sobre la altura relativa (Zhao & Kane, 2017). Por consiguiente, se desarrollaron ecuaciones compatibles de ahusamiento, derivadas de funciones de volumen de razón basadas en la altura relativa de los árboles (Lynch, Zhao, Harges, & McTague, 2017). Las ecuaciones de ahusamiento compatibles derivadas de funciones razón basadas en diámetros relativos se han utilizado durante décadas, sin embargo, las basadas en altura relativa se han utilizado con poca frecuencia (Lynch et al., 2017; Zhao & Kane, 2017).

La estimación de volumen es el objetivo principal en inventarios forestales, pero, en la actualidad, ha aumentado el interés de cuantificar el volumen por componentes del árbol, esto podría conducir a entender mejor las relaciones e intercambios entre diferentes tipos de servicios de los ecosistemas forestales, como el almacenamiento de carbono frente a la producción maderable (Corral-Rivas et al., 2017; MacFarlane, 2010). La estimación de d , V_c , V_f , V_t y V_r se puede realizar simultáneamente con sistema compatibles basado en modelos de razón de volumen.

En la CINSP, Michoacán, las PFC de *P. pseudostrobus* son una opción viable para el manejo forestal con turnos más cortos y permiten la diversificación productiva mediante la reconversión de suelos agrícolas o pecuarios para el uso forestal (Muñoz, Sáenz, García, Coria, & Muñoz, 2015). Sin embargo, para las condiciones particulares del área de estudio, la información sobre el crecimiento y rendimiento de las plantaciones no consideran el uso de sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial. Por lo anterior, el objetivo de la investigación fue desarrollar sistemas compatibles basados en modelos de razón de volumen, para estimar el d , V_c , V_f , V_t y V_r de *P. pseudostrobus* en PFC de la CINSP, Michoacán.

2.4. Material y métodos

Área de estudio

La investigación se realizó en PFC establecidas en la CINSP, ésta posee una superficie de 18,138 ha, y está ubicada en la región centro occidente del estado de Michoacán entre 19° 25'-19° 34' N y 102° 00'-102° 17' O. El clima es templado húmedo tipo C(w₂) y la temperatura media anual es de 18 °C, con precipitación media anual de 1,600 mm (García, 1981). Los suelos son de origen volcánico y las unidades de Andosol, Regosol y Feozems. La vegetación natural es propia del clima templado. La vegetación dominante corresponde a bosques de Pino-encino, los cuales son manejados con el Método Mexicano de Ordenación de Bosques Irregulares (MMOBI) y el Método de Desarrollo Silvícola (MDS), la cosecha de madera es de aproximadamente 65,000 m³ año⁻¹ (Velázquez, Bocco, Torres, López, & Gómez, 2015). En el componente arbóreo destacan *Pinus devoniana* Lindl., *P. montezumae* Lamb., *P. douglasiana* Martínez, *P. leiophylla* Schl. & Cham., *P. pseudostrobus* Lindl., *Quercus laurina* Humb et Bonpl., *Q. castanea* Muhl., *Q. rugosa* Neé, *Abies religiosa* Kunth Schltdl. et Cham., *Arbutus xalapensis* Kunth, *Cornus disciflora* Sessé & Moc., *Tilia mexicana* Schltdl., *Alnus acuminata* H.B.K. y *Alnus jorullensis* Humboldt, Bonpland & Kunth (García-Espinoza et al., 2016). En el área de estudio, *P. pseudostrobus* es una especie de gran importancia económica debido a que presenta rápido crecimiento en

sitios de buena calidad de estación, rectitud del tallo y calidad de madera (Viveros-Viveros, Sáenz-Romero, Vargas-Hernández, & López-Upton, 2006). La CINSP tiene una delimitación geográfica única, por lo tanto, es una de las áreas más importantes para establecer plantaciones forestales en el estado de Michoacán (Muñoz, Sáenz, García, Coria, & Muñoz, 2015).

Datos

La siguiente notación se usará en el resto del capítulo:

D : diámetro normal con corteza (cm); d : diámetro con corteza a la altura h (cm); H : altura total (m); h : altura comercial (m); V_c : volumen comercial (m^3); V_f : volumen de fuste (m^3); V_t : volumen total árbol (m^3); V_r : volumen de ramas (m^3); $R_p = V_c/V_f$: razón de volumen; $p = \frac{h}{H}$: altura relativa del fuste. Estos modelos deben cumplir las propiedades de $R(p) = 0$, si $p = 0$; $R(p) = 1$, si $p = 1$; $\frac{\partial R(p)}{\partial p} \geq 0$, para $0 \leq p \leq 1$; $\frac{\partial^2 R(p)}{\partial^2 p} \leq 0$, para $0 \leq p \leq 1$ (Lynch et al., 2017; Zhao & Kane, 2017).

La base de datos proviene de un análisis de ahusamiento de 42 árboles de *P. pseudostrobus* distribuidos en 12 ha de PFC, en cuatro localidades con edades de 26 y 28 años; la densidad de la plantación fue de 2 500 árboles por ha. Las plantaciones forestales comerciales se manejaron con podas, y la cosecha final será a los 30 años. La información del crecimiento y rendimiento de las plantaciones en el área de estudio es limitada; sin embargo, el incremento promedio de *P. pseudostrobus* a la edad de 30 años en bosques naturales es de aproximadamente $8.18 m^3 ha^{-1} año^{-1}$ (Sáenz, Muñoz, & Rueda, 2011). La muestra representó la variación de diámetros y alturas, así como la calidad de estación. En cada árbol se midió el D , H , d de cada sección h y diámetros de las ramas comerciales (mayores a 3 cm en la base). Una vez derribados los árboles, se obtuvieron trozas a 0.3 m de longitud, 0.6 m, 1.3 m y secciones entre 2.5 m y 3.3 m hasta la altura total de cada árbol. Para obtener el volumen de cada troza (V_s) se utilizó la fórmula de Smalian y para la punta la fórmula del cono V_p :

$$V_s = \left(\frac{ab_0 + ab_1}{2} \right) \times l_s \quad (1)$$

$$V_p = \frac{ab_n}{3} \times l_p \quad (2)$$

donde ab_0 = área de la base del extremo grueso de la sección (m^2), ab_1 = área de la base del extremo delgado de la sección (m^2), ab_n = área de la base de la punta (m^2), l_s = longitud de sección (m) y l_p = longitud de punta (m).

Las estadísticas descriptivas que incluyen los valores promedio, mínimos y máximos y desviación estándar para las variables se muestran en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Estadísticas descriptivas de la base de datos.

Variable	Media	Mínimo	Máximo	SD
<i>D</i>	33.346	20.25	51.5	7.463
<i>d</i>	22.887	0	58.4	12.967
<i>H</i>	27.192	21.94	33	2.603
<i>h</i>	11.543	0.30	33	9.523
<i>Vc</i>	0.661	0	2.523	0.591
<i>Vf</i>	1.121	0.334	2.523	0.538
<i>Vt</i>	1.171	0.34	2.64	0.566
<i>Vr</i>	0.044	0.001	0.116	0.033

SD = desviación estándar de la media; *D* = diámetro normal (cm); *d* = diámetro a la altura *h* (cm); *h* = altura comercial (m); *H* = altura total (m); *Vc* = volumen comercial (m^3); *Vf* = volumen de fuste (m^3); *Vt* = volumen total árbol (m^3); *Vr* = volumen de ramas (m^3).

El *Vf* fue la suma de los volúmenes de la troza y la punta, el *Vt* correspondió a la suma del *Vf* y *Vr* para cada árbol. En la Figura 2.1 se muestra la tendencia del volumen relativo y a la altura relativa de la base de datos utilizada para ajustar los sistemas compatibles de ahusamiento y volumen.

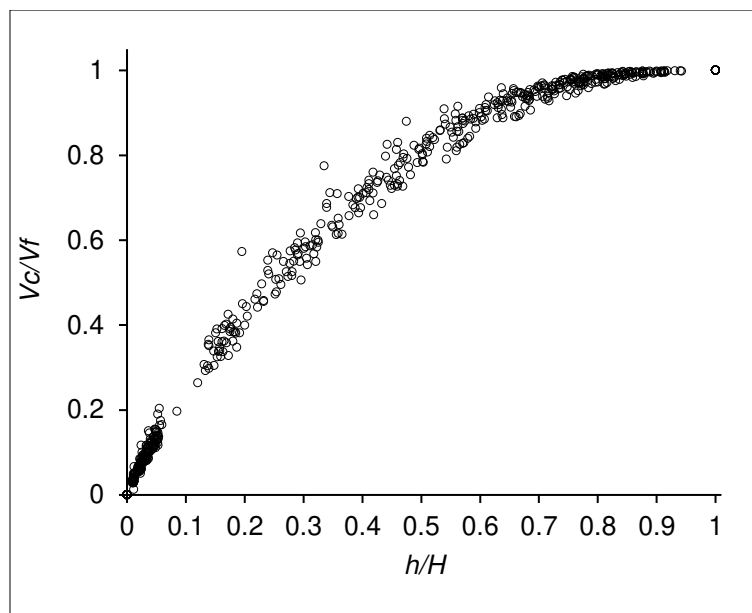


Figura 2.1 Diagrama de dispersión de la razón de volumen (V_c/V_f) y altura relativa (h/H).

Sistemas compatibles de ahusamiento y volumen

En este estudio los sistemas de ahusamiento y volumen se basaron en modelos de razón (Lynch et al., 2017; Zhao & Kane, 2017). Los sistemas de ecuaciones que incluyen este tipo de modelos son una alternativa para la estimación de volúmenes hasta un determinado índice de utilización, generan resultados consistentes sin implementar métodos numéricos complejos de integración y permiten acoplarse a cualquier tipo de ecuación de volumen total (Chauchard y Sbrancia, 2005; Trincado, Gadow, & Sandoval, 1997).

Los modelos de razón de volumen basados en la altura, donde la función de razón es $R(p) = V_c/V_f$. El V_c (m^3) corresponde al volumen acumulativo hasta la altura h (m) sobre el suelo, V_f (m^3) es el volumen total del fuste y p es la razón entre las alturas comercial y total ($p = \frac{h}{H}$) (Lynch et al., 2017; Zhao & Kane, 2017).

Los sistemas compatibles de ahusamiento y volumen fueron conformados por cinco ecuaciones o componentes: V_c , d , V_f , V_t y V_r .

Las ecuaciones de V_c fueron desarrolladas de funciones de razón de volumen, las cuales describen los cambios en la razón del volumen acumulativo y el volumen total del fuste en función de la altura relativa (Zhao & Kane, 2017) y las

ecuaciones de d corresponden a la derivación de la expresión del volumen acumulativo (Lynch et al., 2017). Los sistemas se denominaron S1, S2, S3, S4, S5 y S6 (Tabla 2.2). Las ecuaciones del S6 son derivadas de la función de ahusamiento compatible con la razón de volumen desarrollada por Cao, Burkhardt, & Max (1980). La ecuación de la altura comercial (h) es dada por el despeje de la ecuación de d . Para más detalles revisar las investigaciones realizadas sobre este tipo de ecuaciones (Lynch et al., 2017; Zhao & Kane, 2017).

Tabla 2.2 Ecuaciones compatibles de ahusamiento y volumen comercial basadas en modelos de razón de volumen.

Ecuación	Sistema
$R(h) = \left[1 - \left(1 - \frac{h}{H} \right)^{\beta_0} \right]^{\beta_1} \text{ con } 0 < \beta_1 \leq 1, \beta_0 > 1, 0 \leq p \leq 1$ $d(h) = \sqrt{\frac{Vs\beta_0\beta_1}{kH} \left[1 - \left(\frac{h}{H} \right)^{\beta_0} \right]^{\beta_1-1} \left(1 - \frac{h}{H} \right)^{\beta_0-1}}$	(S1)
$R(h) = 1 - \left(1 - \frac{h}{H} \right)^{\beta_0} \exp \left(-\beta_1 \frac{h}{H} \right) \text{ con } \beta_0 \geq 1, \beta_1 > 0, 0 \leq p \leq 1$ $d(h) = \sqrt{\frac{Vs}{Hk} \exp \left(-\beta_1 \frac{h}{H} \right) \left(1 - \frac{h}{H} \right)^{\beta_0-1} \left[\beta_0 + \beta_1 \left(1 - \frac{h}{H} \right) \right]}$	(S2)
$R(h) = 1 - \left(1 - \frac{h}{H} \right)^{\frac{\beta_0}{\beta_0 + \frac{h}{H}}} \text{ con } \beta_0 > 0, 0 \leq p \leq 1$ $d(h) = \sqrt{\frac{Vs(\beta_0^2 - \beta_0)}{Hk \left(\beta_0 + \frac{h}{H} \right)^2}}$	(S3)
$R(h) = 1 - \beta_1(1-p)^{\beta_0} \text{ con } \beta_0 > 1, \beta_1 \geq 0, 0 \leq p \leq 1$ $d(h) = \sqrt{Vs \frac{\beta_0\beta_1}{kH} \left(1 - \frac{h}{H} \right)^{\beta_0-1}}$	(S4)
$R(h) = a_0 D^{a_1} H^{a_2} \left[1 - \left(1 - \frac{h}{H} \right)^{\beta_0} \right]^{\{1 - \beta_1 \exp[-\exp(\beta_2 D^{a_1} H^{a_2})]\}}$ $d(h) = \sqrt{\frac{\beta_0}{kH} a_0 D^{a_1} H^{a_2} \left(1 - \frac{h}{H} \right)^{\beta_0-1} \{1 - \beta_1 \exp[-\exp(\beta_2 D^{a_1} H^{a_2})]\} \left[1 - \left(1 - \frac{h}{H} \right)^{\beta_0} \right]^{\{-\beta_1 D^{a_1} H^{a_2}\}}}$	(S5)
$R(h) = 1 + \beta_0 \left(\frac{(H-h)^{\beta_1}}{H^{\beta_2}} \right)$	(S6)

$$d(h) = \sqrt{-\frac{V_s}{k} \beta_0 \beta_1 \left(\frac{(H-h)^{\beta_1-1}}{H^{\beta_2}} \right)}$$

h : altura comercial (m); H : altura total; p : altura relativa (h/H); V_s : volume de fuste, a_i, β_i : parámetros a ser estimados.

Para la estimación del la h del fuste, la función inversa debe resolverse con métodos numéricos. Esto puede realizarse con el programa SOLVER de Excel o con rutinas numéricas disponibles en lenguajes de programación (Flystra, Lasdon, Watson, & Warren, 1998; Lynch et al., 2017).

Modelos de volumen total

En los sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial se incorporaron tres ecuaciones de volumen total, las cuales se aplicaron como una multiplicación en ambos lados de la función de razón ($R(h)$) para obtener el volumen comercial variable (Chauchard & Sbrancia, 2005). Las ecuaciones de volumen total utilizadas fueron las de Schumacher y Hall (1933), variable combinada no lineal (Spurr, 1952) y coeficiente de forma constante (Torres & Magaña, 2001), las cuales han sido utilizados en investigaciones previas (Barrios, López, & Nieto, 2014; Hernández-Ramos et al., 2017; Simental-Cano et al., 2017) y se nombraron M1, M2 y M3, respectivamente:

$$V = a_0 D^{a_1} H^{a_2} \quad (M1)$$

$$V = a_0 (D^2) H^{a_1} \quad (M2)$$

$$V = a_0 D^2 H \quad (M3)$$

donde V = volumen (V_f o V_t); D = diámetro normal; H = altura total; a_0, a_1 y a_2 = parámetros de las ecuaciones.

Los parámetros de los modelos de V_f corresponden a a_i ($i = 0, 1, 2$) y son totalmente compatibles con las ecuaciones de d y V_c , y parcialmente compatibles con el V_r . El V_t fue modelado con las mismas ecuaciones de V_f , pero los parámetros fueron reescritos como; δi ($i = 0, 1, 2$) y estos solo fueron compatibles

con V_r . El V_r se modeló como la diferencia de V_t y V_f , por ejemplo, para M1 la ecuación fue dada como; $V_r = \delta_0 D^{\delta_1} H^{\delta_2} - a_0 D^{a_1} H^{a_2}$.

Ajuste de los sistemas compatibles

Los componentes del sistema compatible se ajustaron simultáneamente con la técnica de regresión iterativa aparentemente no relacionada (ITSUR) con el procedimiento MODEL del paquete estadístico SAS/ETS® (SAS Institute Inc., 2015). La técnica ITSUR genera estimación de parámetros más eficiente cuando los componentes del error están correlacionados en sistemas de ecuaciones. La compatibilidad entre las ecuaciones permitió que los estimadores de los parámetros fueran los mismos para las ecuaciones y estos garantizaron la optimización en el proceso de ajuste (Quiñonez-Barraza et al., 2014; Santiago-García et al., 2017). Para asegurar la compatibilidad por grados de libertad entre las ecuaciones de ahusamiento y volumen comercial y las ecuaciones de los componentes de volumen, se utilizó la razón de uno entre el número secciones de cada árbol (n_i), lo que generó la variable de peso ($w = 1/n_i$). Este procedimiento se incorporó al código de programación de SAS como; $resid. (V_f, V_t, V_r) = resid. (V_f, V_t, V_r) \sqrt{w}$, para el V_f , V_t y V_r , respectivamente.

Autocorrelación y heterocedasticidad

Los problemas asociados con el ahusamiento y volumen que no cumplen los supuestos fundamentales de la regresión son la autocorrelación y heterocedasticidad. La presencia de estos puede afectar las predicciones y los errores estándar de los parámetros estimados y las pruebas estadísticas son inconsistentes. Por lo tanto, en la modelación con datos de series longitudinales se deben utilizar procedimientos estadísticos para corregir la dependencia y variabilidad de los errores (Castedo & Álvarez, 2005; Crecente-Campo, Alboreca, & Diéguez-Aranda, 2009; Tang et al., 2016). La base de datos utilizada consideró la medición de diámetros y alturas en cada árbol, por lo cual se puede esperar la presencia de autocorrelación de los residuos. En las funciones de ahusamiento se utilizó una estructura autorregresiva continua de los errores de segundo orden

CAR2, dada en la expresión siguiente (Diéguez-Aranda, Castedo-Dorado, Álvarez-González, & Rojo, 2006; Zimmerman et al., 2001):

$$e_{ij} = d_1 \rho_1^{h_{ij}-h_{ij-1}} e_{ij-1} + d_2 \rho_2^{h_{ij}-h_{ij-2}} e_{ij-2} + \varepsilon_{ij} \quad (3)$$

donde e_{ij} = j – ésimo residual ordinario en el i – ésimo árbol; $d_1 = 1$ para $j > 1$; $d_2 = 1$ para $j > 2$; $d_1 = 0$ para $j = 1$; $d_2 = 0$ para $j \leq 2$; $h_{ij} - h_{ij-1}$ y $h_{ij} - h_{ij-2}$, son las distancias de separación de la j a la $j - 1$ y de la j a la $j - 2$ observaciones dentro de cada árbol, $h_{ij} > h_{ij-1}$ y $h_{ij} > h_{ij-2}$; ρ_1 y ρ_2 , son los parámetros autorregresivos de primero y segundo orden.

Para garantizar la homocedasticidad en los componentes de volumen se utilizó una función de potencia de la varianza de los residuales, $\sigma_i^2 = (D^2 H)^\phi$, el valor ϕ se estimó por el método propuesto por Harvey (1975), con el uso de los errores del modelo ajustado como variable dependiente. Los parámetros fueron programados con la especificación $resid.(Vc, Vf, Vt \text{ y } Vr) = resid.(Vc, Vf, Vt \text{ y } Vr) / [(D^2 H)^\phi]^{0.5}$, para el Vf, Vt y Vr, de manera respectiva. Esto ha sido utilizado en estudios realizados por Simental-Cano et al. (2017)

en ecuaciones de volumen para 12 especies forestales en el estado de Durango, México y por Tamarit-Urias, Elba, Barraza-Quíñonez, Prado-Ordoñez, y Monárrez-González (2017) en un sistema de cubicación para árboles individuales de *Quercus* spp. en Puebla, México.

Evaluación de los sistemas compatibles

La calidad de ajuste de los sistemas compatibles se determinó con criterios estadísticos utilizados en la modelación forestal (Fierros-Mateo, Héctor, Fierros-González, & Cruz-Cobos, 2017; Hernández-Ramos et al., 2017; Rodríguez-Carrillo, Cruz-Cobos, Vargas-Larreta, & Hernández, 2015; Tamarit-Urias, Elba, Barraza-Quíñonez, Prado-Ordoñez, & Monárrez-González, 2017) que incluyen el coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}), raíz del cuadrado medio del error ($RCME$), sesgo promedio absoluto (\bar{E}) y criterio de información de Akaike (AIC), además del análisis gráfico de los residuales.

Para la selección de los sistemas, se empleó un criterio de calificación (Sakici, Misir, Yavuz, & Misir, 2008) que consistió en jerarquizar los estadísticos de ajuste para cada componente. Valores del 1 al 6 fueron asignados de manera consecutiva en función al orden de precisión, el 1 correspondió al estadístico más eficiente y el 6 al menos eficiente, la sumatoria de la calificación de los componentes representó el total de cada sistema.

Finalmente, las estimaciones de V_f y V_t de los tres mejores sistemas se compararon con un sistema segmentado desarrollado por Fang et al. (2000) para *P. pseudostrobus* en bosques naturales de la CINSP (Vargas-Larreta et al., 2017). El sistema compatible utilizado es parte del sistema biométrico forestal (SiBiFor) para el manejo de bosques y selvas de México. Las predicciones se evaluaron con el sesgo promedio y el sesgo porcentual.

2.5. Resultados y discusión

El procedimiento para ajustar sistemas basados en ecuaciones de razón de volumen implica que la ecuación de ahusamiento es la derivada de la ecuación de razón, lo que garantiza la compatibilidad entre los componentes (Lynch et al., 2017). El uso de esta metodología permitió ajustar simultáneamente las ecuaciones de los componentes de V_f , V_t y V_r . Los sistemas compatibles derivados de modelos de razón de volumen han demostrado compatibilidad en el d y V_c (Jordan, Berenhaut, Souter, & Daniels, 2005; Zhao & Kane, 2017).

En la Tabla 2.3. se presentan los estimadores de los parámetros y los errores estándar para los sistemas compatibles ajustados y las combinaciones de las ecuaciones de volumen total. Todos los parámetros resultaron diferentes de cero a un nivel de significancia de $\alpha = 1\%$ ($p < 0.0001$). También se presentan los estimadores de la estructura autorregresiva de segundo orden, la cual permitió la independencia de los residuales en cada árbol, procedimientos similares han sido utilizados en sistemas compatibles de ahusamiento y volumen para el mismo componente, como lo realizaron Hernández-Ramos et al. (2018) al construir un sistema de cubicación a partir de modelos de razón de volumen para *Swietenia macrophylla* King, en el sureste de México, Vargas-Larreta et al. (2017) en la

elaboración de un sistema biométrico para los bosques templados y tropicales de México y Tang et al. (2016) para *Cunninghamia lanceolata* Lamb. en China.

Tabla 2.3 Parámetros, estimadores y errores estándar del ajuste simultáneo de los sistemas compatibles.

SC		a_0	a_1	a_2	β_0	β_1	β_2	ρ_1	ρ_2	δ_0	δ_1	δ_2
S1M1	θ	9.1×10^{-5}	1.669	1.062	2.384	0.958		0.764	0.306	8.6×10^{-5}	1.693	1.066
	ε	1.1×10^{-5}	0.024	0.052	0.025	0.002		0.029	0.043	1.0×10^{-5}	0.023	0.051
S2M1	θ	9.7×10^{-5}	1.682	1.031	1.675	1.364		0.805	0.251	9.1×10^{-5}	1.705	1.036
	ε	1.2×10^{-5}	0.025	0.053	0.109	0.130		0.025	0.035	1.1×10^{-5}	0.024	0.052
S3M1	θ	9.8×10^{-5}	1.683	1.035	0.421			0.922	0.843	9.2×10^{-5}	1.705	1.041
	ε	9.7×10^{-6}	0.019	0.042	0.006			0.022	0.018	9.0×10^{-6}	0.019	0.041
S4M1	θ	9.3×10^{-5}	1.687	1.035	2.497	1.155		0.814	0.245	8.8×10^{-5}	1.710	1.041
	ε	1.2×10^{-5}	0.025	0.054	0.026	0.013		0.026	0.032	1.1×10^{-5}	0.025	0.053
S5M1	θ	9.7×10^{-5}	1.725	0.977	2.642	-0.33	3.8×10^{-5}	0.772	0.226	9.3×10^{-5}	1.747	0.985
	ε	8.6×10^{-6}	0.017	0.036	0.021	0.073	1.1×10^{-5}	0.031	0.031	8.1×10^{-6}	0.017	0.036
S6M1	θ	7.8×10^{-5}	1.735	1.039	-0.97	2.566	2.558	0.671	0.186	7.4×10^{-5}	1.756	1.044
	ε	7.2×10^{-6}	0.017	0.039	0.093	0.020	0.035	0.045	0.028	6.8×10^{-6}	0.017	0.038
S1M2	θ	1.3×10^{-4}	0.872		2.380	0.958		0.763	0.296	1.2×10^{-4}	0.882	
	ε	9.5×10^{-6}	0.007		0.025	0.002		0.029	0.042	8.7×10^{-6}	0.007	
S2M2	θ	1.2×10^{-4}	0.875		1.680	1.358		0.804	0.248	1.0×10^{-4}	0.886	
	ε	9.3×10^{-6}	0.007		0.110	0.130		0.025	0.035	8.5×10^{-6}	0.007	
S3M2	θ	1.3×10^{-4}	0.872		0.423			0.922	0.842	1.2×10^{-4}	0.882	
	ε	7.4×10^{-6}	0.005		0.006			0.022	0.019	6.9×10^{-6}	0.005	
S4M2	θ	1.2×10^{-4}	0.875		2.47	1.159		0.814	0.243	1.2×10^{-4}	0.885	
	ε	9.6×10^{-6}	0.007		0.025	0.013		0.026	0.032	8.6×10^{-6}	0.007	
S5M2	θ	1.1×10^{-4}	0.883		3.080	-1.499	1.7×10^{-4}	0.920	0.796	1.0×10^{-4}	0.893	
	ε	9.1×10^{-6}	0.007		0.0366	0.533	3.3×10^{-5}	0.022	0.023	8.3×10^{-6}	0.007	
S6M2	θ	4.4×10^{-5}	0.974		-1.193	2.581	2.637	0.830	0.241	4.2×10^{-6}	0.982	
	ε	7.8×10^{-7}	0.001		0.119	0.020	0.036	0.023	0.033	8.8×10^{-7}	0.001	
S1M3	θ	3.3×10^{-5}			2.467	0.958		0.766	0.233	3.5×10^{-5}		
	ε	1.3×10^{-7}			0.028	0.002		0.029	0.037	1.3×10^{-7}		
S2M3	θ	3.3×10^{-5}			1.758	1.374		0.809	0.212	3.5×10^{-5}		
	ε	1.4×10^{-7}			0.120	0.142		0.025	0.031	1.4×10^{-7}		
S3M3	θ	3.5×10^{-5}			0.410			0.921	0.828	3.6×10^{-5}		
	ε	1.2×10^{-7}			0.006			0.023	0.020	1.2×10^{-7}		
S4M3	θ	3.3×10^{-5}			2.533	1.180		0.817	0.223	3.4×10^{-5}		
	ε	1.4×10^{-7}			0.027	0.013		0.025	0.030	1.4×10^{-7}		
S5M3	θ	3.3×10^{-5}			2.682	-0.376	7.0×10^{-6}	0.772	0.207	3.4×10^{-5}		
	ε	9.9×10^{-8}			0.022	0.062	2.6×10^{-6}	0.030	0.029	1.1×10^{-7}		
S6M3	θ	3.4×10^{-5}			-1.252	2.637	2.701	0.697	0.184	3.5×10^{-5}		
	ε	1.1×10^{-7}			0.131	0.021	0.038	0.041	0.028	1.1×10^{-7}		

SC: sistema compatible; θ : parámetros estimados; ε : error estándar de los parámetros estimados. El sistema está representado por la combinación de S1, S2, S3, S4, y S5 con M1, M2 y M3.

En general, las ecuaciones de d , V_c , V_f y V_t presentaron precisión estadística con valores de R^2_{adj} superiores a 0.92, sin embargo, para el componente de V_r fue entre 0.68 y 0.69. Los valores de $RCME$ fueron de 1.37-2.40 cm, 0.028-0.08 m³, 0.115-0.145 m³, 0.120-0.147 m³ y 0.018-0.019 m³, para el d , V_c , V_f , V_t y V_r , respectivamente (Tabla 2.4).

La ecuación de V_r obtuvo la precisión menor, lo cual es común en este tipo de modelos (Mate, Johansson, & Siteo, 2014; Soriano-Luna, Ángeles-Pérez, Martínez-Trinidad, Plascencia-Escalante, & Razo-Zárate, 2015) debido a la diversidad de tamaños y formas presentes en las copas de los árboles que pueden variar ampliamente entre individuos y localidades (Ver Planck & MacFarlane, 2014). Aunque en plantaciones la estructura y tamaño de los árboles debería ser similar, la variación puede atribuirse a los tratamientos silvícolas aplicados en las áreas de estudio y de los cuales no se tiene registro.

El V_r puede ser estimado directamente con una ecuación en función del diámetro y altura, o como una ecuación de V_f (MacFarlane, 2011). El V_r obtenido por la diferencia de V_t y V_f , permitió un menor número de parámetros dentro de cada sistema, esta ecuación tiene una estructura matemática sencilla y mostró estadísticos similares a los reportados por Corral-Rivas et al. (2017) para un sistema compatible de *Pinus* en Durango, México, quienes calcularon de manera directa el V_r en función del diámetro normal y el radio de copa.

La calificación total de cada sistema fue evaluada como un grupo de ecuaciones, de acuerdo con el sistema de calificación utilizado. Los mejores sistemas conformados por la ecuación de volumen M1, que presentaron los valores más bajos en el sistema de calificación, es decir, los estadísticos de ajuste mejores fueron S2M1 y S5M1. Aunque los sistemas S2M1 y S5M1 presentaron el mismo valor de calificación, S2M1 fue superior en los componentes de d y V_c ; con valores de R^2_{adj} de 0.982 y 0.998, respectivamente, mientras que S5M1 obtuvo 0.973 y 0.986, los valores de la $RCME$ y \bar{E} fueron más bajos en S2M1.

S1M2 fue superior dentro del grupo de sistemas integrados por M2, obtuvo el valor más alto de R^2_{adj} (0.982) y los más bajos en la $RCME$ (1.736 cm) y \bar{E} (0.028 cm) para el componente de d , pero valores de estadísticos cercanos a los otros sistemas en V_c , V_f y V_t .

Los sistemas S1M3 y S2M3 obtuvieron las calificaciones más bajas de los sistemas conformados por M3, presentaron valores de estadísticos similares, no obstante, S2M3 reportó los sesgos menores en los componentes de d , V_f y V_t

Tabla 2.4 Estadísticos de bondad de ajuste de los sistemas compatibles estudiados.

SC	Componente	R^2_{adj}	$RCME$	\bar{E}	AIC	CT
S1M1	d	0.982	1.722	0.033	732.1	54
	V_c	0.998	0.028	0.001	-4731.6	
	V_f	0.953	0.116	0.002	-175.9	
	V_t	0.953	0.122	0.006	-171.9	
	V_r	0.699	0.018	0.001	-333.2	
S2M1	d	0.976	2.012	0.033	938.7	52
	V_c	0.998	0.028	0.001	-4732.8	
	V_f	0.953	0.116	0.002	-176.067	
	V_t	0.953	0.122	0.006	-172.053	
	V_r	0.699	0.018	0.001	-333.228	
S3M1	d	0.971	2.221	0.586	1069.1	100
	V_c	0.998	0.029	0.002	-4687.8	
	V_f	0.949	0.120	0.030	-172.947	
	V_t	0.951	0.125	0.026	-169.9	
	V_r	0.699	0.018	0.001	-333.3	
S4M1	d	0.972	2.187	0.602	1049.6	74
	V_c	0.998	0.028	0.001	-4730.0	
	V_f	0.953	0.116	0.006	-175.9	
	V_t	0.953	0.122	0.010	-171.8	
	V_r	0.699	0.018	0.001	-333.2	
S5M1	d	0.973	2.129	0.108	1014.9	52
	V_c	0.986	0.071	0.002	-3514.9	
	V_f	0.953	0.116	0.001	-176.0	
	V_t	0.953	0.122	0.005	-172.1	
	V_r	0.699	0.018	0.004	-333.3	
S6M1	d	0.969	2.277	0.311	1104.6	80
	V_c	0.998	0.028	0.001	-4723.4	
	V_f	0.952	0.117	0.005	-175.5	
	V_t	0.952	0.123	0.009	-171.4	
	V_r	0.699	0.018	0.001	-333.3	
S1M2	d	0.982	1.736	0.028	741.5	36
	V_c	0.998	0.028	0.001	-4729.8	
	V_f	0.954	0.115	0.002	-177.7	
	V_t	0.955	0.120	0.006	-174.2	
	V_r	0.699	0.018	0.001	-333.3	
S2M2	d	0.976	2.020	0.040	942.9	46
	V_c	0.998	0.028	0.000	-4732.1	
	V_f	0.954	0.115	0.002	-177.7	

S3M2	Vt	0.954	0.120	0.006	-174.2	88
	Vr	0.699	0.018	0.001	-333.2	
	d	0.970	2.232	0.590	1075.0	
	Vc	0.998	0.029	0.002	-4683.6	
	Vf	0.950	0.119	0.031	-174.6	
	Vt	0.952	0.123	0.027	-171.9	
	Vr	0.699	0.018	0.001	-5335.8	

SC: Sistema compatible; R^2_{adj} : coeficiente de determinación ajustado; $RCME$: raíz del cuadrado medio del error; \bar{E} : sesgo promedio absoluto; AIC : criterio de información de Akaike; CT: calificación total.

Tabla 2.4. Estadísticos de bondad de ajuste de los sistemas compatibles estudiados (Continuación).

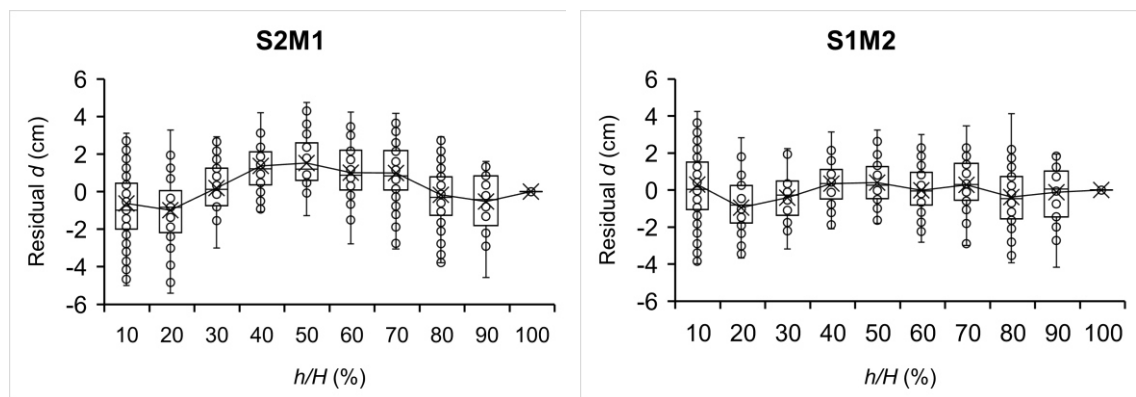
SC	Componente	R^2_{adj}	$RMSE$	\bar{E}	AIC	CT
S4M2	d	0.971	2.209	0.633	1062.0	60
	Vc	0.998	0.028	0.001	-4727.7	
	Vf	0.954	0.115	0.005	-177.6	
	Vt	0.954	0.120	0.010	-173.9	
	Vr	0.699	0.018	0.001	-333.3	
S5M2	d	0.971	2.217	0.176	1067.7	79
	Vc	0.998	0.028	0.000	-4727.4	
	Vf	0.954	0.115	0.005	-177.6	
	Vt	0.954	0.120	0.009	-173.9	
	Vr	0.699	0.018	0.001	-333.3	
S6M2	d	0.970	2.240	0.566	1081.5	103
	Vc	0.997	0.032	0.001	-4566.4	
	Vf	0.941	0.130	0.021	-167.4	
	Vt	0.942	0.136	0.025	-163.7	
	Vr	0.699	0.018	0.000	-333.2	
S1M3	d	0.980	1.845	0.363	821.7	56
	Vc	0.997	0.034	0.001	-4491.8	
	Vf	0.935	0.136	0.038	-164.5	
	Vt	0.938	0.140	0.040	-162.2	
	Vr	0.686	0.019	0.003	-331.4	
S2M3	d	0.972	2.158	0.352	1029.8	51
	Vc	0.997	0.034	0.001	-4492.3	
	Vf	0.935	0.136	0.037	-164.6	
	Vt	0.938	0.140	0.039	-162.2	
	Vr	0.686	0.019	0.003	-331.4	
S3M3	d	0.968	2.326	0.455	1128.5	84
	Vc	0.996	0.036	0.001	-4411.9	
	Vf	0.927	0.145	0.013	-159.3	
	Vt	0.931	0.147	0.010	-157.9	
	Vr	0.687	0.019	0.002	-331.5	
S4M3	d	0.970	2.238	0.416	1078.2	87
	Vc	0.997	0.034	0.002	-4488.6	

	V_f	0.935	0.136	0.042	-164.3	
	V_t	0.938	0.140	0.044	-161.9	
	V_r	0.686	0.019	0.002	-331.5	
S5M3	d	0.972	2.175	0.024	1041.3	67
	V_c	0.979	0.086	0.020	-3255.4	
	V_f	0.935	0.136	0.039	-164.5	
	V_t	0.938	0.140	0.042	-162.1	
	V_r	0.687	0.019	0.002	-331.5	
	d	0.968	2.324	0.464	1129.8	
S6M3	V_c	0.997	0.034	0.001	-4489.9	67
	V_f	0.935	0.136	0.022	-164.4	
	V_t	0.938	0.140	0.025	-162.3	
	V_r	0.687	0.019	0.002	-331.5	
	d	0.968	2.324	0.464	1129.8	
	V_c	0.997	0.034	0.001	-4489.9	

SC: Sistema compatible; R^2_{adj} : coeficiente de determinación ajustado; $RCME$: raíz del cuadrado medio del error; \bar{E} : sesgo promedio absoluto; AIC : criterio de información de Akaike; CT: calificación total.

Los sistemas compatibles S2M1, S1M2 y S2M3 fueron seleccionados por presentar los mejores valores de los estadísticos, en contraste, el sistema S5 ha dado resultados precisos en el ahusamiento, volumen del fuste y peso verde a cualquier altura para plantaciones de *Pinus taeda* L.

En la Figura 2.2 se muestra la distribución de residuales en forma de caja y alambres de los componentes d y V_c , por altura relativa de los sistemas compatibles S2M1, S1M2 y S2M3, los cuales fueron seleccionados por presentar la calificación total más baja y corresponden a cada ecuación de volumen total.



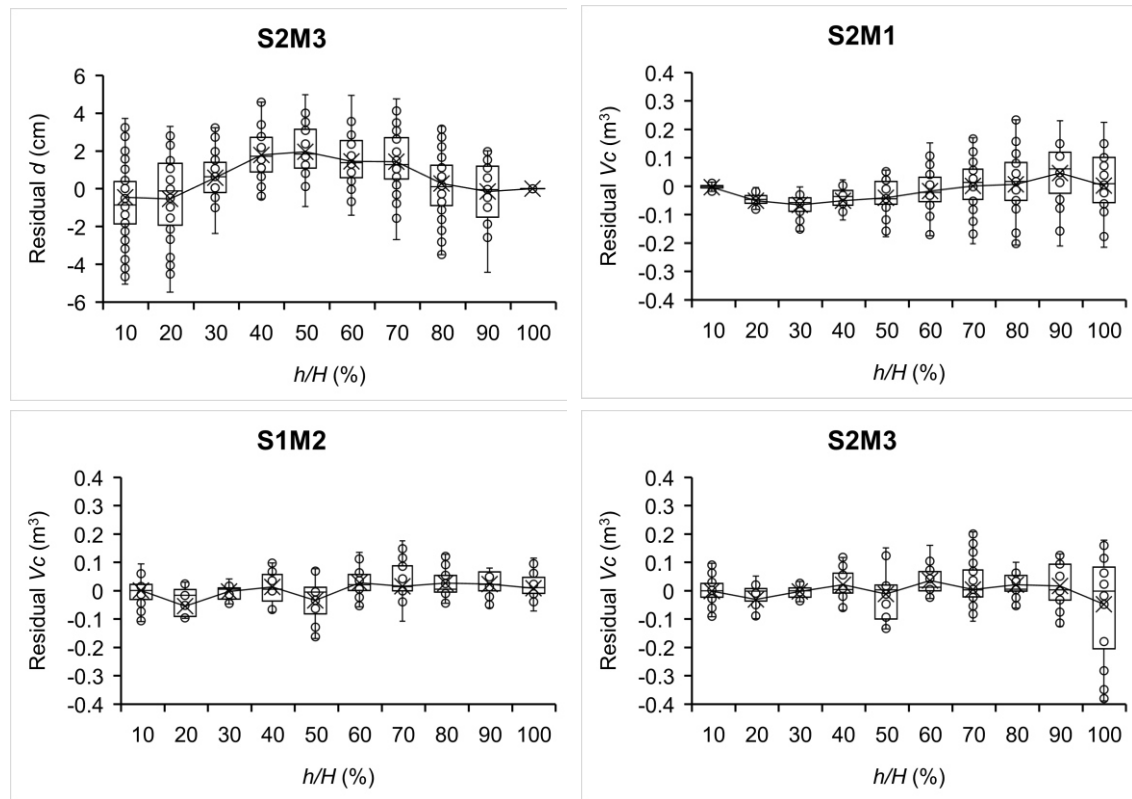


Figura 2.2 Distribución de los residuales para d y V_c de los sistemas compatibles S2M1, S1M2 y S2M3.

En los gráficos del d y V_c por categoría de altura relativa, se observa la tendencia de los residuales, asociada a la precisión de los sistemas seleccionados. Las tendencias de los sistemas S2M1 y S2M3 fueron similares en el componente de d , existe una sobrestimación en las categorías de altura de 10 y 20% y una subestimación en las categorías centrales (40 – 60%), esto podría atribuirse a que después del diámetro normal las longitudes de troza fueron variables. Quiñonez-Barraza et al. (2014) encontraron una distribución de residuales similar en las primeras categorías de altura para el d en un sistema segmentado de ahusamiento y volumen comercial para las principales especies de *Pinus* en Durango, México. S2M1 presentó una distribución más cercana a 0 en el d . Los errores más grandes para el V_c se encontraron a partir del 60% de la categoría de altura relativa en el S2M1, para el S1M2 en la categoría de 70% y el 100% para el S2M3.

De los sistemas seleccionados, S1M2 presentó la mejor calificación total, con valores más altos de R^2_{adj} en los componentes de d y V_c y los valores más bajos en $RMSE$ y el \bar{E} para todos los componentes. S2M3 presentó los valores más bajos de AIC en todos los componentes, excepto en el d que para este caso fue S1M2.

Las ecuaciones M2 y M3 que conforman los sistemas compatibles seleccionados presentan uno y dos parámetros menos que M1, de manera respectiva, pero los resultados fueron similares. Aunque es preferible el uso del sistema integrado por M1, ya que se ha utilizado en estudios en la región (Ramos-Uvilla et al., 2014; Vargas-Larreta et al., 2017) el sistema que utiliza M2 presenta estimaciones muy eficientes. Barrios et al. (2014) y Hernández-Ramos et al. (2017) ajustaron sistemas basados en modelos de volumen total y de razón dependientes del diámetro relativo y reportaron ajustes estadísticamente confiables cuando se incorporó la ecuación correspondiente a M1, en PFC de *Eucalyptus grandis* W en Colombia y para *Eucalyptus urophylla* S.T. Blake en Tabasco, México, respectivamente. Fonweban, Gardiner, y Auty, (2012) compararon ecuaciones de volumen total y razón de volumen, los mejores resultados los obtuvieron con M1 para plantaciones de *Pinus sylvestris* L. y *Picea sitchensis* (Bong.). En la selección de los modelos de volumen es recomendable utilizar funciones simples, ya que la incorporación de parámetros adicionales en algunos casos no representa un aporte significativo en la precisión de la predicción del volumen fustal (Barrios et al., 2014).

Los tres mejores sistemas presentaron valores de sesgo más bajos que los obtenidos por el SiBiFor utilizado como control para *P. pseudostrobus* en bosques naturales del área de estudio (Vargas-Larreta et al., 2017). S2M1 presentó los valores más bajos (-0.17% y 0.64%) para V_f y V_t , respectivamente. (Tabla 2.5).

Tabla 2.5 Sesgo y % sesgo para V_f y V_t .

SC	V_f		V_t	
	Sesgo(m ³)	% sesgo	Sesgo (m ³)	% sesgo
S2M1	-0.001	-0.17%	0.007	0.64%
S1M2	0.014	1.36%	0.036	3.16%
S2M3	0.046	4.22%	0.094	8.25%
SiBiFor	-0.100	-9.22%	-0.111	-9.81%

SC: Sistema compatible; % sesgo basado en el promedio de los valores observados de V_f y V_t .

En México, en estudios previos han desarrollado sistemas de ahusamiento y volumen para bosques naturales y PFC (Corral-Rivas, Diéguez-Aranda, Corral Rivas, & Castedo Dorado, 2007; Cruz-Cobos, De los Santos-Posadas, & Valdez-Lazalde, 2008; Hernández-Ramos et al., 2017; Tamarit Urías et al., 2014; Uranga-Valencia, De los Santos-Posadas, Valdez-Lazalde, López-Upton, & Navarro-Garza, 2015), los cuales se derivaron de ecuaciones de ahusamiento, en los que el modelo segmentado desarrollado por Fang, Borders, & Bailey (2000) ha sido el más utilizado, esta función tiene la capacidad de describir los diferentes tipos dendrómétricos representados en cada segmento del fuste (Uranga-Valencia et al., 2015), sin embargo, la estructura matemática es compleja.

El S2M1 está integrado por la ecuación de volumen total de Schumacher y Hall (1933), la cual se encuentra implícita en el sistema compatible de Fang et al. (2000) obtuvo valores de sesgo más bajos en las estimaciones de V_f y V_t . Los mejores tres sistemas presentaron valores de sesgo inferiores a las ecuaciones del SiBiFor (Tabla 2.5). Sin embargo, las ecuaciones del SiBiFor fueron desarrolladas para bosques naturales, las estimaciones para *P. pseudostrobus* en plantaciones forestales deben ser analizadas. Las ecuaciones que integran los sistemas basados en funciones de razón de volumen presentaron mejor parsimonia, generaron resultados consistentes y mostraron estimaciones precisas del V_c , para alturas y diámetros sin implementar métodos numéricos de integración (Chauchard & Sbrancia, 2005; Prodan et al., 1997).

2.6. Conclusiones

Las ecuaciones de razón de volumen permitieron ajustar sistemas compatibles de ahusamiento, volumen comercial, volumen de fuste, volumen de ramas y volumen total árbol para *P. pseudostobus*, aunque los dos últimos componentes no son totalmente compatibles en el sistema, los resultados fueron eficientes. S2 presentó mejores resultados cuando una ecuación de volumen tipo M1 o M3 fue utilizada en la función de razón, pero con M2 el S1 fue superior al resto sistemas ajustados. El uso de un modelo de volumen tipo M1 permite estimar existencias maderables precisas, sin embargo, M2 sugiere resultados satisfactorios con dos parámetros en la ecuación de volumen. Los sistemas compatibles basados en modelos de razón de volumen constituyen una herramienta sencilla y confiable que permite determinar las existencias maderables y clasificación de productos para el manejo y la valoración de las PFC.

2.7. Bibliografía

- Barrios, A., López, A. M., & Nieto, V. (2014). Predicción de volúmenes comerciales de *Eucalyptus grandis* a través de modelos de volumen total y de razón. *Colombia Forestal*, 17(2), 137.
- Burkhart, H. E. (1977). Cubic-foot volume of loblolly pine to any merchantable top limit. *Southern Journal of Applied Forestry*, 1(2), 7-9.
- Cao, Q. V., Burkhart, H. E., & Max, T. A. (1980). Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit. *Forest Science*, 26(1), 71-80.
- Chauchard, L., & Sbrancia, R. (2005). Funciones de razón para la estimación de los volúmenes maderables de Pino radiata en el País Vasco. *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales*, 14(2), 185-194.
- Clutter, J. L. (1980). Notes: Development of Taper Functions from Variable-Top Merchantable Volume Equations. *Forest Science*, 26(1), 117-120.
- Corral-Rivas, J., Vega-Nieva, D., Rodríguez-Soalleiro, R., López-Sánchez, C., Wehenkel, C., Vargas-Larreta, B., . . . Ruiz-González, A. (2017). Compatible System for Predicting Total and Merchantable Stem Volume

- over and under Bark, Branch Volume and Whole-Tree Volume of Pine Species. *Forests*, 8(11), 417. doi:10.3390/f8110417
- Corral-Rivas, J. J., Diéguez-Aranda, U., Corral Rivas, S., & Castedo Dorado, F. (2007). A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (Mexico). *Forest Ecology and Management*, 238(1), 118-129. doi:10.1016/j.foreco.2006.09.074
- Crecente-Campo, F., Alboreca, A. R., & Diéguez-Aranda, U. (2009). A merchantable volume system for *Pinus sylvestris* L. in the major mountain ranges of Spain. *Annals of Forest Science*, 66(8), 808. doi: 10.1051/forest/2009078
- Cruz-Cobos, F., De los Santos-Posadas, H. M., & Valdez-Lazalde, J. R. (2008). Compatible Taper-Volumr system for *Pinus cooperi* Blanco in Durango, Mexico. *Agrociencia*, 42, 473-485.
- Diéguez-Aranda, U., Castedo-Dorado, F., Álvarez-González, J. G., & Rojo, A. (2006). Compatible taper function for Scots pine plantations in northwestern Spain. *Canadian Journal of Forest Research*, 36(5), 1190-1205.
- Dorado C., F., & Álvarez G., J. G. (2000). Construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Pinus radiata* D. Don en Galicia basada en una función de perfil del tronco. *Forest Systems*, 9(2), 253-268.
- Fang, Z., Borders, B. E., & Bailey, R. L. (2000). Compatible Volume-Taper Models for Loblolly and Slash Pine Based on a System with Segmented-Stem Form Factors. *Forest Science*, 46(1), 1-12.
- Fierros-Mateo, R., De los Santos-Posadas, H. M., Fierros-González, M. A., & Cruz-Cobos, F. (2017). Crecimiento y rendimiento maderable en plantaciones de *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen. *Agrociencia*, 51(2), 201-214.
- Fylstra, D., Lasdon, L., Watson, J., & Waren, A. (1998). Design and use of the Microsoft Excel Solver. *Interfaces*, 28(5), 29-55.

- Muñoz Flores, H. J., Sáenz Reyes, J. T., García Magaña, J. J., Coria Ávalos, V. M., & Muñoz Vega, Y. (2015). Áreas potenciales para establecer plantaciones comerciales de pino en la Sierra Purhépecha, Michoacán. *Foresta Veracruzana*, 17(2), 35-42.
- Fonweban, J., Gardiner, B., & Auty, D. (2012). Variable-top merchantable volume equations for Scots pine (*Pinus sylvestris*) and Sitka spruce (*Picea sitchensis* (Bong.) Carr.) in Northern Britain. *Forestry: An International Journal of Forest Research*, 85(2), 237-253. doi:10.1093/forestry/cpr069
- García-Espinoza, G. G., García-Magaña, J. J., Hernández-Ramos, J., Muñoz-Flores, H. J., García-Cuevas, X., & Hernández-Ramos, A. (2016). Precisión de los coeficientes y cocientes de forma en la estimación del volumen de *Pinus montezumae* Lamb. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 7, 19-36.
- García, E. M. (1981). Modificaciones al Sistema de Clasificación Climática de Köppen. *Instituto de Geografía, Universidad Autónoma de México*, México D.F.
- Gilabert, H., & Paci, C. (2010). An assessment of volume-ratio functions for *Eucalyptus globulus* and *E. nitens* in Chile. *Ciencia e Investigación Agraria*, 37(1), 5-15.
- Harvey, A. C. (1976). Estimating regression models with multiplicative heteroscedasticity. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 461-465.
- Hernández-Ramos, J., De los Santos-Posadas, H. M., Valdéz-Lazalde, J. R., Tamarit-Urias, J. C., Ángeles-Pérez, G., Hernández-Ramos, A., . . . Peduzzi, A. (2017a). Estimación del volumen comercial en plantaciones de *Eucalyptus urophylla* con modelos de volumen total y de razón. *Agrociencia*, 51(5).
- Hernández-Ramos, J., Hernández-Ramos, A., García-Cuevas, X., Tamarit-Urias, J. C., Martínez-Ángel, L., & García-Magaña, J. J. (2018). Ecuaciones de volumen total y de razón para estimar el volumen comercial de *Swietenia macrophylla* King. *Colombia forestal*, 21(1), 34-46.

- Hernández-Ramos, J., Hernández-Ramos, A., García-Magaña, J. J., García-Cuevas, X., García-Espinoza, G. G., Muñoz-Flores, H. J., & Olvera-Delgadillo, E. H. (2017b). Sistema compatible de ahusamiento-volumen comercial para plantaciones de *Pinus greggii* Engelm. en Hidalgo, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 8(39), 59-70.
- Honer, T. (1967). *Standard volume tables and merchantable conversion factors for the commercial tree species of central and eastern Canada*. Information Report FMR-X-5. Forest Management Research and Service Institute. 162 p.
- Jordan, L., Berenhaut, K., Souter, R., & Daniels, R. F. (2005). Parsimonious and Completely Compatible Taper, Total, and Merchantable Volume Models. *Forest Science*, 51(6), 578-584. doi:10.1093/forestscience/51.6.578
- López-Sánchez, C. A., Rodríguez-Soalleiro, R., Castedo-Dorado, F., Corral-Rivas, S., & Álvarez-González, J. G. (2016). A taper function for *Pseudotsuga menziesii* plantations in Spain. *Southern Forests: a Journal of Forest Science*, 78(2), 131-135. doi:10.2989/20702620.2015.1136505
- Lynch, T. B., Zhao, D., Harges, W., & McTague, J. P. (2017). Deriving compatible taper functions from volume ratio equations based on upper-stem height. *Canadian Journal of Forest Research*, 47(10), 1424-1431. doi: 10.1139/cjfr-2017-0108
- MacFarlane, D. W. (2010). Predicting branch to bole volume scaling relationships from varying centroids of tree bole volume. *Canadian Journal of Forest Research*, 40(12), 2278-2289. doi: 10.1139/X10-168
- MacFarlane, D. W. (2011). Allometric scaling of large branch volume in hardwood trees in Michigan, USA: implications for aboveground forest carbon stock inventories. *Forest Science*, 57(6), 451-459.
- Mate, R., Johansson, T., & Siteo, A. (2014). Biomass Equations for Tropical Forest Tree Species in Mozambique. *Forests*, 5(3), 535-556. doi:10.3390/f5030535

- Prodan, M., Peters, R., Cox, F., & Real, P. (1997). *Mensura Forestal*. GTZ/IICA. *Serie Investigación y Educación en Desarrollo Sostenible*. San José, Costa Rica.
- Quiñonez-Barraza, G., De los Santos-Posadas, H. M., Álvarez-González, J. G., & Velázquez-Martínez, A. (2014). Compatible taper and merchantable volume system for major pine species in Durango, Mexico. *Agrociencia*, 48, 553-567.
- Ramos-Uvilla, J. A., García-Magaña, J. J., Hernández-Ramos, J., García-Cuevas, X., Velarde-Ramírez, J. C., Muñoz-Flores, H. J., & García-Espinoza, G. G. (2014). Ecuaciones y tablas de volumen para dos especies de *Pinus* de la Sierra Purhépecha, Michoacán. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 5(23), 92-109.
- Rodríguez-Carrillo, A., Cruz-Cobos, F., Vargas-Larreta, B., & Hernández, F. J. (2015). Compatible dominant height-site index model for juniper (*Juniperus deppeana* Steud.). *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 21(1). doi: 10.5154/r.rchscfa.2014.09.041
- Sakici, O. E., Misir, N., Yavuz, H., & Misir, M. (2008). Stem taper functions for *Abies nordmanniana* subsp. *bornmulleriana* in Turkey. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 23(6), 522-533. doi:10.1080/02827580802552453
- Santiago-García, W., Pérez-López, E., Quiñonez-Barraza, G., Rodríguez-Ortiz, G., Santiago-García, E., Ruiz-Aquino, F., & Tamarit-Urias, J. C. (2017). A Dynamic System of Growth and Yield Equations for *Pinus patula*. *Forests*, 8(12), 465. doi:10.3390/f8120465
- SAS Institute Inc. (2015). *Base SAS 9.4® Procedures Guide: Statistical Procedure, Third edition*. Cary, NC, USA: SAS Institute.
- Schröder, T., Costa, E. A., Valério, A. F., & dos Santos Lisboa, G. (2015). Taper Equations for *Pinus elliottii* Engelm. in Southern Paraná, Brazil. *Forest Science*, 61(2), 311-319. doi:10.5849/forsci.14-054
- Schumacher, F. X., & Hall, F. D. S. (1933). Logarithmic Expression of Timber-Tree Volume. *Journal of Agricultural Research*, 47, 719-734.

- Simental-Cano, B., López-Sánchez, C. A., Wehenkel, C., Vargas-Larreta, B., Álvarez-González, J. G., & Corral-Rivas, J. J. (2017). Species-specific and regional volume models for 12 forest species in Durango, Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 23(2).doi: 10.5154/r.rchscfa.2016.01.004
- Soriano-Luna, M. Á., Ángeles-Pérez, G., Martínez-Trinidad, T., Plascencia-Escalante, F. O., & Razo-Zárate, R. (2015). Estimación de biomasa aérea por componente estructural en Zacualtipán, Hidalgo, México. *Agrociencia*, 49(4), 423-438.
- Spurr, S. H. (1952). *Forest inventory*. New York: Wiley.
- Tamarit-Urías, J. C., Rojas-Díaz, E., Quiñonez-Barraza, G., Ordoñez-Prado, C., & Monárrez-González, J. C. (2017a). Cubing system for individual *Quercus* spp. trees in forests under management in Puebla, Mexico. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 8(40), 69-88.
- Tamarit Urías, J. C., De los Santos Posadas, H. M., Aldrete, A., Valdez Lazalde, J. R., Ramírez Maldonado, H., & Guerra De la Cruz, V. (2014). Volume estimation system for individual *Tectona grandis* L. f. trees trough compatible taper/volume funtions. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 5, 58-74.
- Tang, X., Pérez-Cruzado, C., Fehrmann, L., Álvarez-González, J. G., Lu, Y., & Kleinn, C. (2016). Development of a compatible taper function and stand-level merchantable volume model for Chinese fir plantations. *PloS one*, 11(1), e0147610. doi: 10.1371/journal.pone.0147610
- Torres, J. M., & Magaña, O. (2001). *Evaluación de plantaciones forestales*: Limusa.
- Uranga-Valencia, L. P., De los Santos-Posadas, H. M., Valdez-Lazalde, J. R., López-Upton, J., & Navarro-Garza, H. (2015). Total volume and taper for *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. at three forest conditions. *Agrociencia*, 49, 787-801.
- Vargas-Larreta, B., Corral-Rivas, J. J., Aguirre-Calderón, O. A., López-Martínez, J. O., De los Santos-Posadas, H. M., Zamudio-Sánchez, F. J., . . . Aguirre-

- Calderón, C. G. (2017). SiBiFor: Forest Biometric System for forest management in Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 23(3), 437-455. doi:10.5154/r.rchscfa.2017.06.040
- Ver Planck, N. R., & MacFarlane, D. W. (2014). Modelling vertical allocation of tree stem and branch volume for hardwoods. *Forestry: An International Journal of Forest Research*, 87(3), 459-469. doi : 10.1093/forestry/cpu007
- Zhao, D., & Kane, M. (2017). New Variable-Top Merchantable Volume and Weight Equations Derived Directly from Cumulative Relative Profiles for Loblolly Pine. *Forest Science*, 63(3), 261-269. doi:10.5849/FS-2016-076
- Zimmerman, D. L., Núñez-Antón, V., Gregoire, T. G., Schabenberger, O., Hart, J. D., Kenward, M. G., . . . Vieu, P. (2001). Parametric modelling of growth curve data: an overview. *Test*, 10(1), 1-73.

CAPÍTULO III

3. PARÁMETROS GLOBALES-LOCALES Y FIJOS-ALEATORIOS PARA MODELAR EL CRECIMIENTO EN ALTURA DOMINANTE DE *Pinus pseudostrobus* Lindley

3.1. Resumen

Los modelos de altura dominante e índice de sitio (IS) consideran parámetros promedio para una muestra o población. El enfoque de modelación de variables indicadoras (VI) genera parámetros globales y locales, mientras que modelos de efectos mixtos (MEM) fijos y aleatorios para cada árbol o parcela. El objetivo del presente estudio fue ajustar y comparar ecuaciones dinámicas de altura dominante con los enfoques de VI y MEM para *Pinus pseudostrobus* Lindley en plantaciones forestales comerciales (PFC) de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México. Tres ecuaciones en diferencia algebraica (ADA) y una en diferencia algebraica generalizada (GADA), basadas en el modelo de Chapman-Richards, se ajustaron con el parámetro del IS asociado como local o aleatorio para cada árbol. La base de datos utilizada consideró 41 árboles evaluados con análisis troncales. La precisión de las ecuaciones ajustadas con VI y MEM fue similar, de acuerdo con los estadísticos de ajuste y las trayectorias de las curvas de IS a la edad base de 20 años. En las ecuaciones ADA, la polimórfica, cuando el parámetro de la tasa de crecimiento dependió del IS, presentó la eficiencia estadística superior con los dos enfoques. No obstante, la ecuación GADA generó curvas que describieron mejor el patrón de crecimiento; la precisión mayor se obtuvo con el enfoque de VI. El uso de la ecuación GADA con VI es una herramienta precisa para clasificar la productividad de las PFC, lo cual permitirá la planeación del manejo forestal por calidad de estación.

Palabras clave: calidad de estación, ecuaciones dinámicas, efectos mixtos, índice de sitio, variables indicadoras.

3.2. Abstract

Dominant height and site index (SI) models consider average parameters for a sample or population. The dummy variable (DV) modeling approach generates global and local parameters, while mixed-effects models (MEM) generate fixed and random ones for each tree or plot. The objective was to fit and compare dynamic dominant height equations with the DV and MEM approaches for *Pinus pseudostrobus* Lindley in commercial forest plantations in Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacan, Mexico. Three algebraic difference approach (ADA) equations and one generalized algebraic difference approach (GADA) equation, based on the Chapman-Richards model, were fitted with the SI parameter associated as local or random for each tree. The database used considered stem analysis of 41 trees. The accuracy of the fitted equations with DV and MEM was similar, according to the fitting statistics and the trajectories of the SI curves at the base age of 20 years. In the ADA equations, the polymorphic curve showed greater statistical efficiency with both approaches when the growth rate parameter depended on the SI. However, the GADA equation generated curves that better described the growth pattern; the highest accuracy was obtained with the DV approach. The use of the GADA equation with DV is an accurate tool for classifying the productivity of commercial forest plantations, which will allow forest management planning based on site quality.

Keywords: dummy variables, dynamic equations, mixed effects, site index, site quality.

3.3. Introducción

La calidad del sitio representa las propiedades inherentes de un rodal y está caracterizada por factores bióticos, edáficos y climáticos, y comúnmente se refiere al volumen de madera que produce un rodal al turno técnico o turno de corta (Prodan, Peters, Cox, & Real, 1997; Skovsgaard & Vanclay, 2008). La evaluación de la calidad sitio se basan en observaciones de altura dominante o codominante. Esta variable no tiene afectación por la densidad del rodal y es un

componente fundamental en los modelos de crecimiento y rendimiento (Pyo, 2017; Seki & Sakici, 2017).

El índice de sitio es la altura dominante que alcanza un rodal a una edad de referencia o edad base, y es uno de los indicadores más utilizados para caracterizar la productividad forestal (Clutter, Fortson, Pienaar, Brister, & Bailey, 1983; Prodan et al., 1997). La modelación de la altura dominante y el IS constituye una herramienta importante para clasificar la productividad de los terrenos forestales y definir estrategias de manejo para la aplicación de tratamientos silvícolas (López-Sánchez, Álvarez-González, Diéguez-Aranda, & Rodríguez-Soalleiro, 2015; Quiñonez-Barraza et al., 2015).

Uno de los métodos más empleados para generar curvas de IS es la curva guía, esta caracteriza el estado de la altura para determinar la condición promedio actual; en contraste, las ecuaciones dinámicas estiman la altura dominante en función de la edad y altura actuales y futuras (Tamarit-Urias et al., 2014). Las ecuaciones dinámicas se basan en la diferencia algebraica (ADA) y diferencia algebraica generalizada (GADA). En el método ADA un parámetro de la ecuación se considera específico del sitio. En función del parámetro dependiente del sitio, se obtienen curvas anamórficas o polimórficas (Bailey & Clutter, 1974). En las ecuaciones GADA, dos parámetros son específicos del sitio y generan familias de curvas polimórficas con múltiples asíntotas (Cieszewski & Bailey, 2000).

En el enfoque de modelación con VI se generan parámetros globales y locales, y en MEM, fijos y aleatorios para cada árbol o parcela. Estos enfoques ajustan simultáneamente los parámetros globales (comunes) y específicos (locales) pero difieren en la forma de estimación (Wang, Borders, & Zhao, 2008). El primero se caracteriza por la adición de variables indicadoras al parámetro que explica el efecto del árbol o la parcela, considera los parámetros locales como fijos, pero diferentes para cada árbol o parcela. Por otro lado, MEM proporciona una respuesta media si se consideran solamente los parámetros fijos, y una respuesta específica por unidad de muestreo, que en conjunto forman los parámetros de efectos mixtos. Estos se estiman mediante la definición de una

matriz de varianza-covarianza en la estructura del modelo (Calama & Montero, 2004; Cieszewski, Harrison, & Martin, 2000; Fang & Bailey, 2001). Los dos enfoques se han aplicado en ecuaciones ADA y GADA para modelar la altura dominante e IS (De los Santos Posadas, Montero Mata, & Kanninen, 2006; Nigh, 2015; Tamarit-Urias et al., 2014; Wang, Borders, & Zhao, 2007) y los resultados han mostrado capacidad de predicción y proyección de la altura en función de la edad.

En el estado de Michoacán, México, *Pinus pseudostrobus* Lindley es la especie forestal más importante en términos económicos, por lo cual se han establecido plantaciones que representan un componente en la producción maderable (López-Upton, 2002; Sáenz-Romero et al., 2012). Por lo anterior, es necesario desarrollar herramientas silvícolas precisas para la planeación y ejecución de actividades de manejo forestal sustentable. El objetivo de la investigación fue ajustar y comparar ecuaciones dinámicas de altura dominante e IS con los enfoques de VI y MEM para *P. pseudostrobus* en PFC de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México.

3.4. Material y métodos

Área de estudio y datos utilizados

La base de datos utilizada se colectó en PFC de *P. pseudostrobus* establecidas en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, y se localiza entre 19°34'-19°25' N y 102°17'-102°00' O. La superficie total de las PFC es de 12 ha, las cuales se encuentran distribuidas en cuatro localidades: Pario, Huerekutini, Tejamanil I y Tejamanil II. El clima es templado húmedo, la temperatura media anual es de 18 °C y la precipitación media anual de 1,600 mm (García, 1981). El grupo de suelos más abundante se constituye por Andosoles, Regosoles y Feozems, y la vegetación es propia de clima templado. En el componente arbóreo destacan *Pinus devoniana* Lindl., *P. montezumae* Lamb., *P. douglasiana* Martínez, *P. leiophylla* Schl. & Cham., *P. pseudostrobus* Lindl., *Quercus laurina* Humb et Bonpl., *Q. castanea* Muhl., *Q. rugosa* Neé, *Abies religiosa* Kunth Schltdl. et Cham., *Arbutus xalapensis* Kunth, *Cornus disciflora* Sessé & Moc., *Tilia mexicana*

Schltl., *Alnus acuminata* H.B.K., y *Alnus jorullensis* Humboldt, Bonpland & Kunth (García-Espinoza et al., 2016).

La base de datos proviene de 41 árboles dominantes y codominantes con edades de 26 y 28 años, los cuales se derribaron para la obtención de cortes transversales a 0.3 m de longitud, 0.6 m, 1.3 m y secciones entre 2.5 y 3.3 m hasta llegar a la altura total. Los datos de edad-altura se obtuvieron con la metodología de análisis troncales.

Ecuaciones de altura dominante e índice de sitio

La ecuación base utilizada fue la desarrollada por Chapman-Richards (Richards, 1959), la cual es flexible y ha sido seleccionada para generar curvas de IS e incremento en altura en relación con la edad (Cañadas-L et al., 2018; Pyo, 2017; Quiñonez-Barraza et al., 2015; Rodríguez-Carrillo, Cruz-Cobos, Vargas-Larreta, & Hernández, 2015), está representada como:

$$A_{ij} = \beta_1 (1 - e^{-\beta_2 E_{ij}})^{\beta_3} \quad (1)$$

donde A_{ij} es la altura j en el árbol i , E_{ij} es la edad j en el árbol i , β_1 es el parámetro que representa la asíntota horizontal, β_2 la tasa de crecimiento, β_3 la tasa de cambio y e la constante matemática de Euler.

Para que la base de datos fuera simétrica en las trayectorias de crecimiento, se ajustó de manera preliminar la ecuación ADA1 con parámetros globales y locales, lo que permitió estimar las alturas de cada árbol hasta la edad de 28 años. Los parámetros ajustados fueron diferentes de cero ($p < 0.00001$) y el coeficiente de determinación de 99.61%. La base de datos simétrica en edad fue utilizada para el ajuste de las ecuaciones dinámicas. Las estadísticas descriptivas que incluyen los valores promedio, mínimos y máximos y desviación estándar para la altura-edad, en las cuatro localidades, se muestran en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1 Estadísticas descriptivas de la base de datos.

Localidad	Variable	Mínimo	Máximo	Media	DS
Pario	E	1.00	28.00	11.98	8.59
	A	0.30	31.20	13.42	9.39
Huerekutini	E	1.00	28.00	11.21	8.56
	A	0.30	29.38	12.42	9.38
Tejamanil I	E	1.00	28.00	11.22	8.39
	A	0.30	34.76	14.33	10.41
Tejamanil II	E	1.00	28.00	10.78	8.51
	A	0.30	34.39	13.56	10.12

E = edad (años); A = altura (m); DS = desviación estándar.

ADA1 representó curvas de IS anamórficas con el parámetro de la asíntota (β_1) dependiente del sitio, ADA2 y ADA3, generaron curvas polimórficas con asíntota común cuando los parámetros β_2 y β_3 dependieron del sitio, respectivamente (Bailey & Clutter, 1974). En el modelo GADA dos parámetros variaron con las condiciones específicas de la calidad de sitio para obtener curvas polimórficas con múltiples asíntotas (Cieszewski & Bailey, 2000). La ecuación GADA utilizada fue derivada por Quiñonez-Barraza et al. (2015) para rodales mezclados, en donde el parámetro de la asíntota y el de la tasa de cambio se consideraron como una función de la calidad de estación. Las ecuaciones ADA y GADA fueron las siguientes:

$$A_{ij} = AS_i \left[\frac{1 - e^{-\beta_2 E_{ij}}}{1 - e^{-\beta_2 Eb}} \right]^{\beta_3} \quad (1)$$

$$A_{ij} = \beta_1 \left(1 - \left[1 - (AS_i/\beta_1)^{1/\beta_3} \right]^{E_{ij}/Eb} \right)^{\beta_3} \quad (2)$$

$$A_{ij} = \beta_1 \left(\frac{AS_i}{\beta_1} \right)^{\left(\frac{\ln(1 - e^{-\beta_2 E_{ij}})}{\ln(1 - e^{-\beta_2 Eb})} \right)} \quad (3)$$

$$A_{ij} = e^{\left[\beta_1 + \beta_2 \left(\frac{\ln(AS_i) - \beta_1}{\ln(1 - e^{-\beta_3 Eb}) + \beta_2} \right) \right]} (1 - e^{-\beta_3 E_{ij}})^{\left[\frac{\ln(AS_i) - \beta_1}{\ln(1 - e^{-\beta_3 Eb}) + \beta_2} \right]} \quad (4)$$

donde A_{ij} es la altura j en el árbol i ; E_{ij} es la edad j en el árbol i ; AS_i el parámetro local en el procedimiento de VI, y el fijo, representado como As , en MEM, así

como el IS a una edad de referencia ($Eb = 20$); β_i ($i = 1, 2, 3$) son los parámetros globales o fijos, respectivamente.

Enfoques de modelación

El parámetro local de cada ecuación se ajustó con variables indicadoras (VI) para obtener un estimador para cada árbol, por ejemplo, la ecuación 2 fue representada como (Wang, Borders, & Zhao, 2008):

$$A_{ij} = f (As_{ij}, E_{ij}, Eb, \beta_i),$$

donde el parámetro local (As_i) representó la altura j en el árbol i y una variable indicadora (I_i), dada por

$$As_i = \sum_{j=1}^n As_{ij} I_i.$$

En el enfoque MEM, se utilizó una formulación con efecto aleatorio en cada árbol, la cual asumió efectos fijos y aleatorios. La estructura general de los modelos de acuerdo con Fang y Bailey (2001) fue la siguiente:

$$A_{ij} = h(C_i\beta + D_iAs_i, E_{ij}, Eb) + \varepsilon_{ij},$$

donde h es la función dinámica, C_i es la matriz de diseño de tamaño de $r \times p$ para los parámetros fijos, β es el vector del tamaño $p \times 1$ que contiene los parámetros fijos (As y β_i , $i = 1, 2, 3$). D_i es la matriz de diseño de tamaño $r \times q$, para el efecto aleatorio, As_i es el vector del tamaño $q \times 1$ que contiene el efecto asociado al árbol i , E_{ij} es la edad en años del árbol i , Eb la edad de referencia en años, r es la dimensión igual al número de parámetros con efectos fijos (globales) y ε_{ij} vector del término del error, el cual se asumió con la propiedad:

$$\varepsilon_{ij} \sim N(0, R_1) \text{ y } As_i \sim N(\mu, \sigma^2),$$

donde R es la matriz de varianza-covarianza del término del error, N representa una distribución normal con $\mu = 0$ y σ^2 constante. El parámetro local con efecto aleatorio fue As , caracterizado por representar la condición inicial de altura y por

ser el más variable en el ajuste por árbol (Fang & Bailey, 2001; Tamarit-Urias et al., 2014). El parámetro mixto fue dado por la adición de As y As_i .

En los MEM el parámetro aleatorio se puede obtener a través de un proceso de calibración para una muestra independiente. Una respuesta calibrada requiere de mediciones de altura para k árboles; el parámetro aleatorio (\hat{As}_{ik}) se puede estimar por el arreglo matricial siguiente;

$$\hat{As}_{ik} \approx \hat{F} \hat{Z}_k^T (\hat{Z}_k \hat{F} \hat{Z}_k^T + \hat{R}_k)^{-1} \hat{e}_k$$

donde \hat{F} es una matriz escalar de la varianza del efecto aleatorio, \hat{Z}_k $k \times q$ es la matriz de derivadas parciales con respecto a los parámetros mixtos, T es la matriz transpuesta, \hat{R}_k es la matriz escalar de varianza dentro de cada árbol, \hat{e}_k es la diferencia entre la altura observada y la predicha usando los parámetros de la ecuación con efectos fijos (Ercanli, Kahrman, & Yavuz, 2014; Jiang & Li, 2010).

Ajuste y evaluación de las ecuaciones

Las ecuaciones formuladas con VI fueron ajustados por máxima verosimilitud con el paquete *optimx*, bajo el método *nllminb* del programa estadístico R (R Core Team, 2017). Para el enfoque MEM, las ecuaciones fueron ajustadas por máxima verosimilitud (*ml*) del paquete *nlme* (Pinheiro, Bates, DebRoy, & Sarkar, 2013) en R, excepto la ecuación GADA que fue ajustada por *ml* con el procedimiento NLMIXED de SAS (SAS Institute Inc., 2015), para lograr la convergencia de los parámetros fijos y aleatorios. En el programa SAS se probaron todos los algoritmos que permitieron buscar los parámetros más eficientes para la ecuación GADA con MEM, el método de optimización local de Gauss proporcionó el valor más alto en la verosimilitud y el más bajo de la media del parámetro aleatorio.

Para evaluar la precisión de las ecuaciones ajustadas por VI y MEM, se utilizaron los estadísticos de logaritmo de verosimilitud (LL) y criterio de información de Akaike (AIC). Los modelos con los valores mayores de LL y los menores de AIC fueron considerados los más eficientes (Akaike, 1979; Schwarz, 1978; Wang et al., 2008). Además, se incluyeron el coeficiente de determinación (R^2), raíz del

cuadrado medio del error (RCME) y sesgo promedio absoluto (SP), estimados con los valores residuales de las ecuaciones ajustadas. El análisis visual es una de las formas más eficientes para comparar modelos y detectar posibles discrepancias sistemáticas (Rojo-Alboreca, Cabanillas-Saldaña, Barrio-Anta, Notivol-Paíno, & Gorgoso-Varela, 2017) , por ello, se graficaron las curvas de IS, las cuales fueron sobrepuestas a los datos observados. Del mismo modo, se analizó la evolución del sesgo por categorías de edad para las ecuaciones dinámicas ajustadas.

El problema potencial de autocorrelación asociado a las mediciones de alturas en cada árbol no fue corregido debido a que la estructura de las ecuaciones con efectos aleatorios permite representar la matriz de varianzas-covarianzas apropiadamente, y es posible controlar la variación específica a nivel árbol, lo que contrarresta el efecto de autocorrelación (De los Santos Posadas et al., 2006; Jerez-Rico, Moret-Barillas, Carrero-Gámez, Macchiavelli, & Quevedo-Rojas, 2011). En otros estudios se ha demostrado que el uso de una estructura para corregir la autocorrelación genera poca ganancia en el ajuste; además, los parámetros estimados de la estructura no se utilizan en la práctica (Nord-Larsen, 2006; Wang et al., 2007, Wang et al., 2008).

3.5. Resultados y discusión

En la Tabla 3.2 se presentan los estimadores y errores estándar de los parámetros globales para el enfoque de VI y los fijos para MEM. Todos los parámetros fueron diferentes de cero a un nivel de significancia de $\alpha = 1\%$ ($p < 0.0001$).

Tabla 3.2 Parámetros y errores estándar de las ecuaciones dinámicas ajustadas.

Ecuación	EM	P	Est	EE	t	Pr > t
ADA1	VI	β_2	0.0846	0.0026	32.3987	<0.00001
		β_3	1.4660	0.0294	49.9292	<0.00001
	MEM	A_s	23.6931	0.4860	48.7556	<0.00001
		β_2	0.0845	0.0035	23.8595	<0.00001
		β_3	1.4646	0.0407	36.0047	<0.00001

		σ_e^2	1.7913	0.0975	18.3702	<0.00001
		σ_{As}^2	9.4095	1.7237	5.4586	<0.00001
ADA2	VI	β_1	33.3855	0.3637	91.7950	<0.00001
		β_3	1.4776	0.0279	53.0446	<0.00001
		As	23.7308	0.4428	53.5917	<0.00001
	MEM	β_1	33.2124	0.4101	80.9942	<0.00001
		β_3	1.4857	0.0336	44.2634	<0.00001
		σ_e^2	1.3869	0.0719	19.2725	<0.00001
		σ_{As}^2	7.7919	2.1989	3.5434	<0.00001
	VI	β_1	36.3964	0.5833	62.3996	<0.00001
		β_2	0.0672	0.0025	26.8284	<0.00001
		As	23.7666	0.3365	70.6316	<0.00001
ADA3	MEM	β_1	35.6968	0.6906	51.6920	<0.00001
		β_2	0.0700	0.0032	21.7437	<0.00001
		σ_e^2	1.8990	0.2253	8.4320	<0.00001
	MEM	σ_{As}^2	4.3609	0.8992	4.9256	<0.00001
		β_1	4.1259	0.0704	58.5697	<0.00001
		β_2	-0.4242	0.0477	8.8958	<0.00001
GADA	VI	β_3	0.0868	0.0026	33.2023	<0.00001
		As	21.7156	3.8264	5.6800	<0.00001
	MEM	β_1	4.1242	0.0835	49.3900	<0.00001
		β_2	-0.4234	0.0565	7.4900	<0.00001
		β_3	0.0868	0.0031	28.1600	<0.00001
		σ_e^2	1.3877	0.0797	17.4100	<0.00001
		σ_{As}^2	7.6689	1.7419	4.4000	<0.00001

EM = enfoque de modelación; P = parámetro; Est = estimador del parámetro; EE = error estándar del parámetro; σ_e^2 = varianza; σ_{As}^2 = varianza del parámetro aleatorio; t = valor del estadístico de t de Student; Pr = probabilidad del estadístico t de Student.

Los valores de la media de los parámetros locales y mixtos fueron similares en cada ecuación ajustada, estos variaron de 21.7124 a 23.7680, y la varianza de 4.2102 a 9.5933, respectivamente (Tabla 3.3).

En la comparación de los ajustes de los enfoques de modelación con ecuaciones ADA, ADA2 con VI obtuvo el valor máximo en el LL (-1014.74), y el menor en AIC, (2115.47). Por su parte, la ecuación GADA con VI presentó valores de -

1015.04 y 2118.07, en el LL y AIC, respectivamente, los cuales fueron similares a los obtenidos para ADA2 (Tabla 3.3). En las ecuaciones con VI, los parámetros locales fueron totalmente independientes, en comparación de MEM, donde los parámetros aleatorios se sumaron al parámetro fijo, esto explicó los resultados a favor de VI en términos LL y AIC, que puede considerarse como una versión modificada de LL para tomar en cuenta el efecto del número de parámetros de la modelo, aun cuando se obtengan los mismos resultados en términos de bondad de ajuste (Wang et al., 2008).

En general, las ecuaciones ADA con VI fueron relativamente superiores a las ajustadas con MEM. Para la ecuación ADA2 con VI, el valor de R^2 fue el mayor y el de la RCME menor, 98.58% y 1.1796 m, respectivamente, aunque con MEM presentó el sesgo menor. Por otro lado, la ecuación GADA ajustada con MEM presentó el valor más alto de R^2 y el menor en la RCME, 98.66% y 1.1470 m, respectivamente, no obstante, para la GADA con VI el sesgo fue menor (Tabla 3.3).

Tabla 3.3 Estadísticos de ajuste de las ecuaciones dinámicas.

Ecuación	EM	LL	AIC	R^2	RCME	SP	μ	σ^2
ADA1	VI	-1134.84	2355.69	0.9817	1.3376	0.1046	23.6918	9.5933
	MEM	-1181.24	2454.48	0.9816	1.3420	0.1051	23.6930	9.1331
ADA2	VI	-1014.74	2115.47	0.9858	1.1796	0.0823	23.7273	7.9792
	MEM	-1106.50	2305.00	0.9857	1.1833	0.0813	23.7307	7.6480
ADA3	VI	-1169.47	2424.94	0.9806	1.3797	0.0929	23.7496	4.6453
	MEM	-1200.11	2492.23	0.9804	1.3855	0.0890	23.7665	4.2102
GADA	VI	-1015.04	2118.07	0.9858	1.1809	0.0705	23.7680	7.8159
	MEM	-1106.55	2225.10	0.9866	1.1470	0.0715	21.7124	7.5299

LL = logaritmo de la verosimilitud; AIC = criterio de información de Akaike; R^2 = coeficiente de determinación; RCME = raíz del cuadrado medio del error, SP = sesgo promedio absoluto; μ y σ^2 = media y varianza de los parámetros locales y mixtos.

La distribución de los parámetros locales y mixtos fue similar para VI y MEM, se asemeja a una normal (Figura 3.1). Los parámetros aleatorios de los MEM para el grupo ADA mostraron una distribución normal con diferente grado de curtosis, y los valores de la media fueron cercanos a 0 (-7.32×10^{-11} , -9.09×10^{-16} , 7.31×10^{-11} , respectivamente), mientras que GADA presentó un valor de -0.0030 con el método de optimización de Gauss (Figura 3.2). La condición de obtener una distribución normal de los parámetros aleatorios, con media cero y varianza conocida es un aspecto que se debe considerar, si esto no sucede, podría ser una razón para usar VI, ya que en este enfoque no existen consideraciones sobre los parámetros locales, pues estos son independientes entre sí y no hay restricciones sobre los valores que pueden tomar (Nigh, 2015; Verbeke & Molenberghs; Wang et al., 2008).

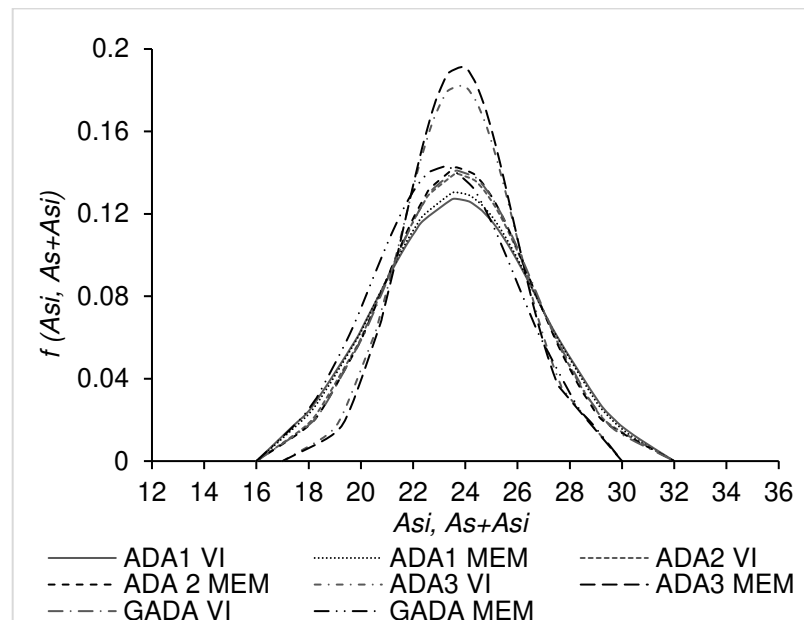


Figura 3.1 Función de distribución normal para los parámetros locales (A_{si}) y mixtos ($A_s + A_{si}$) de las ecuaciones ajustadas por VI y MEM.

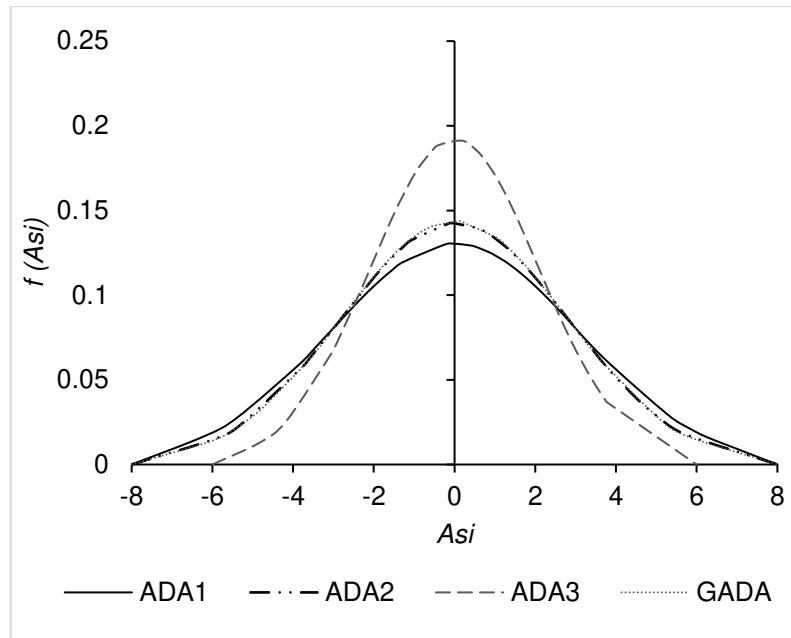
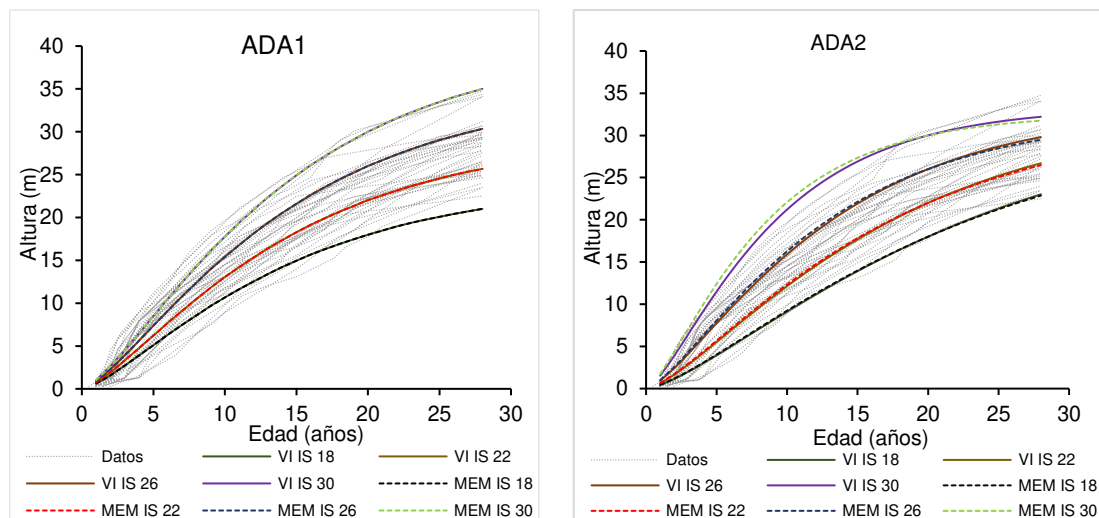


Figura 3.2 Función de distribución normal para los parámetros aleatorios de las ecuaciones con MEM.

La Figura 3.3 muestra las familias de curvas de crecimiento de la altura dominante para los enfoques de modelación y las ecuaciones ADA y GADA. Las categorías de IS fueron simétricas: 18, 22, 26 y 30 m a una edad de referencia de 20 años.



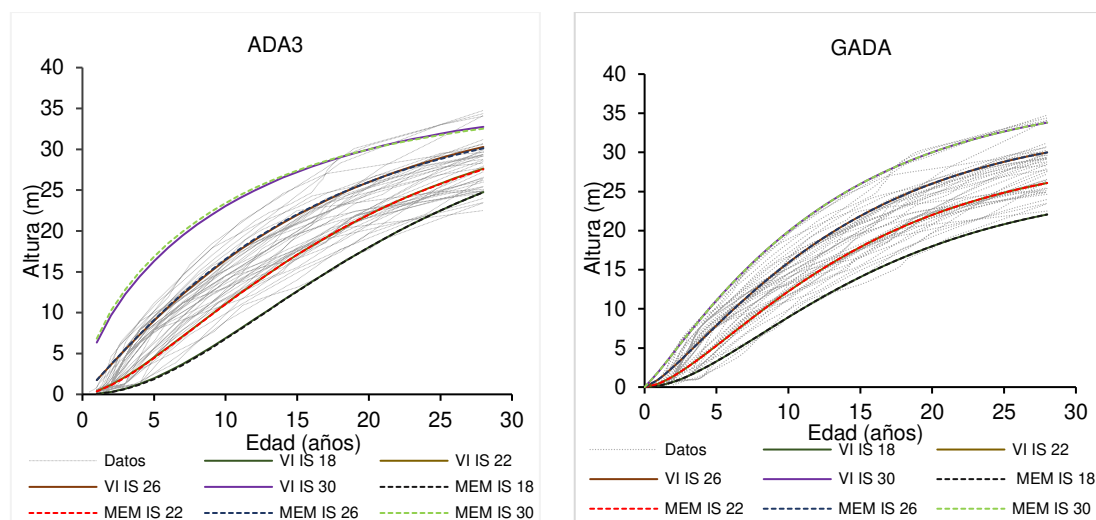


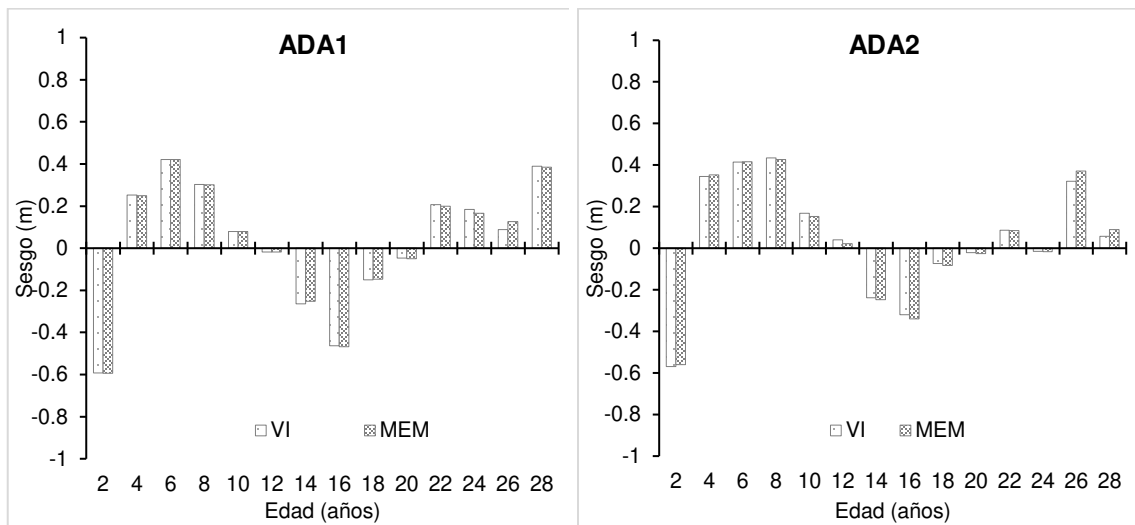
Figura 3.3 Familias de curvas de crecimiento de altura dominante para las categorías de IS 18, 22, 26 y 30 m.

En edades de uno a 10 años, se observó una subestimación en la altura dominante con las curvas obtenidas de la ecuación ADA1, mientras que para ADA3 una sobrestimación. Las ecuaciones ADA2 y ADA3 generan curvas polimórficas y GADA polimórficas con asíntotas diferentes. El uso de modelos polimórficos se ha sugerido en la literatura para representar adecuadamente la relación de edad-altura (Álvarez González, Ruiz, Rodríguez, & Barrio, 2005; Kahriman, Sönmez, & Gadow, 2018; Tewari, Álvarez-gonzález, & García, 2014), sin embargo, ADA3 en la curva de IS de 30 m mostró una desarticulación conforme a la tendencia de los datos. Las trayectorias de las familias de curvas generadas con GADA describieron mejor el comportamiento del crecimiento en altura dominante para los ISs, a la edad base de 20 años. Los ISs estimados con GADA con VI para las localidades de Pario, Huerekutini, Tejamanil I y Tejamanil II, fueron de 34, 32, 37 y 36 m, respectivamente. Las plantaciones forestales comerciales de Pario y Huerekutini se localizan en el noreste de Nuevo San Juan Parangaricutiro y presentan características topográficas similares con pendientes de 11 a 20 %, mientras que Tejamanil I y Tejamanil II se localizan en el suroeste y la pendiente varía de 12 a 23 %.

Ecuaciones dinámicas basadas en el modelo de Champan-Richards presentaron resultados similares a los reportados por Pacheco, Santiago, Martínez, & Ortiz

(2016) quienes encontraron que la ecuación ADA2 y una GADA fueron más precisas; no obstante, la GADA describió mejor los datos y cubrió con mayor amplitud la altura dominante para *Pinus montezumae* Lamb., y Quiñonez-Barraza et al. (2015) generaron familias de curvas con la ecuación GADA desarrollada y utilizada en este estudio, las cuales describieron adecuadamente el crecimiento de la altura dominante en rodales mezclados de Durango. Para *P. pseudostrobus*, en Guerrero, una ecuación GADA, presentó la bondad de ajuste mejor y fue seleccionada para predecir el crecimiento en altura González Méndez, Cruz Cobos, Quiñonez Barraza, Vargas Larreta, & Nájera Luna (2016).

La tendencia del sesgo promedio por categoría de edad para las ecuaciones fue similar entre enfoques de modelación, y los valores más altos se presentaron en la categoría de 2 años (Figura 3.4). La distribución del sesgo fue mayor en las categorías de 6 a 14 años con ADA3, mientras que, para ADA1, ADA2 y GADA, los valores fueron homogéneos.



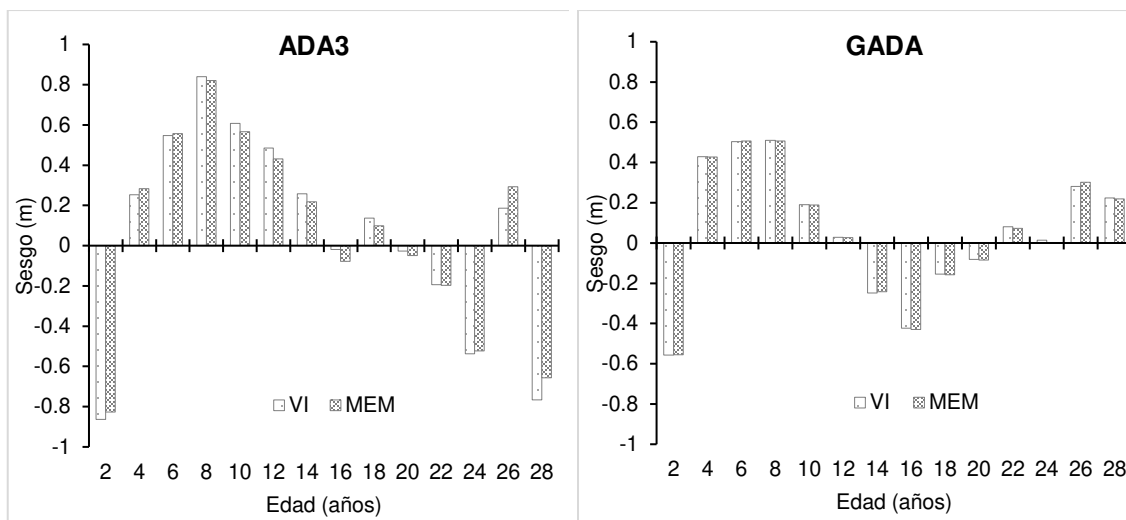


Figura 3.4 Sesgo promedio por categoría de edad de las ecuaciones ajustadas.

La ecuación GADA con VI y MEM describió mejor el crecimiento en altura dominante, además presentó eficiencia en los estadísticos de ajuste. En la modelación forestal, estos enfoques han permitido desarrollar ecuaciones precisas con parámetros exclusivos de un árbol o parcela (Jerez-Rico, Moret-Barillas, Carrero-Gámez, Macchiavelli, & Quevedo-Rojas, 2011; Pyo, 2017; Sharma, Subedi, Ter-Mikaelian, & Parton, 2015; Tamarit-Urias et al., 2014), lo que concuerda con los resultados de este estudio. Aunque los resultados de los enfoques de modelación fueron similares, la GADA con VI presentó la mayor precisión, por ello, se considera que puede ser utilizada en la descripción del crecimiento en altura dominante para las PFC estudiadas. Los resultados fueron similares a los encontrados por Wang et al. (2007) y Wang et al. (2008), quienes concluyeron que VI y MEM presentaron un rendimiento casi equivalente para la altura dominante e IS de *Pinus tadea* L. Nigh (2015), reportó que un modelo GADA presentó resultados mejores cuando se ajustó con el enfoque de VI para *Picea engelmannii* Parry ex Engelm. Por otra parte, en estudios de biomasa para *Pinus massoniana* Lamb., ambos enfoques presentaron precisión estadística, no obstante, el uso de MEM resultó más eficiente (Fu, Zeng, Tang, Sharma, & Li, 2012).

3.6. Conclusiones

Los enfoques de modelación de variables indicadoras y modelos de efectos mixtos resultaron estadísticamente precisos para las ecuaciones en diferencia algebraica (ADA) y diferencia algebraica generalizada (GADA) y permitieron modelar el crecimiento en altura dominante y generar familias de índice de sitio para *P. pseudostrobus*. Los resultados sugieren que la ecuación polimórfica ADA2 describe adecuadamente el patrón de crecimiento y proyecta un crecimiento máximo en altura en el turno de corta; sin embargo, la ecuación GADA cubrió satisfactoriamente las trayectorias de crecimiento de la altura dominante y tuvo la precisión mayor con el enfoque de variables indicadoras. Por tanto, el uso de la ecuación GADA con variables indicadoras permite clasificar el potencial productivo de las plantaciones forestales comerciales en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, las cuales presentan índice de sitio mayor en las localidades Tejamanil I y Tejamanil II, y menor en las localidades Pario y Huerekutini.

3.7. Bibliografía

- Akaike, H. (1979). A Bayesian extension of the minimum AIC procedure of autoregressive model fitting. *Biometrika*, 66(2), 237-242.
- Álvarez González, J., Ruiz, A., Rodríguez, R., & Barrio, M. (2005). Development of ecoregion-based site index models for even-aged stands of *Pinus pinaster* Ait. *Galicia (northwestern Spain)*. *Annals of Forest Science*, 62, 115-127.
- Bailey, R. L., & Clutter, J. L. (1974). Base-age invariant polymorphic site curves. *Forest Science*, 20(2), 155-159.
- Calama, R., & Montero, G. (2004). Interregional nonlinear height diameter model with random coefficients for stone pine in Spain. *Canadian Journal of Forest Research*, 34(1), 150-163. doi:10.1139/x03-199
- Cañadas-L, Á., Andrade-Candell, J., Domínguez-A, J. M., Molina-H, C., Schnabel-D, O., Vargas-Hernández, J. J., & Wehenkel, C. (2018). Growth

- and Yield Models for Teak Planted as Living Fences in Coastal Ecuador. *Forests*, 9(2), 55. doi:10.3390/f9020055
- Cieszewski, C. J., & Bailey, R. (2000). Generalized algebraic difference approach: theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. *Forest Science*, 46(1), 116-126.
- Cieszewski, C. J., Harrison, M., & Martin, S. W. (2000). Practical methods for estimating non-biased parameters in self-referencing growth and yield models. *University of Georgia PMRC-TR*, 7(11).
- Clutter, J. L., Fortson, J. C., Pienaar, L. V., Brister, G. H., & Bailey, R. L. (1983). *Timber management: a quantitative approach*: John Wiley & Sons, Inc.
- De los Santos Posadas, H. M., Montero Mata, M., & Kanninen, M. (2006). Curvas dinámicas de crecimiento en altura dominante para *Terminalia amazonia* (Gmel.) Excell en Costa Rica. *Agrociencia*, 40(4).
- Ercanli, I., Kahriman, A., & Yavuz, H. (2014). Dynamic base-age invariant site index models based on generalized algebraic difference approach for mixed Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) and Oriental beech (*Fagus orientalis* Lipsky) stands. *Turkish Journal of Agriculture and Forestry*, 38(1), 134-147. doi:10.3906/tar-1212-67
- Fang, Z., & Bailey, R. L. (2001). Nonlinear mixed effects modeling for slash pine dominant height growth following intensive silvicultural treatments. *Forest Science*, 47(3), 287-300.
- Fu, L., Zeng, W., Tang, S., Sharma, R., & Li, H. (2012). Using linear mixed model and dummy variable model approaches to construct compatible single-tree biomass equations at different scales—A case study for Masson pine in Southern China. *Journal of Forest Science*, 58(3), 101-115.
- García-Espinoza, G. G., García-Magaña, J. J., Hernández-Ramos, J., Muñoz-Flores, H. J., García-Cuevas, X., & Hernández-Ramos, A. (2016). Precisión de los coeficientes y cocientes de forma en la estimación del volumen de *Pinus montezumae* Lamb. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 7, 19-36.

- García, E. Modificaciones al Sistema de Clasificación Climática de Köppen. 1988. *UNAM Instituto de Geografía. México DF.*
- González Méndez, M., Cruz Cobos, F., Quiñonez Barraza, G., Vargas Larreta, B., & Nájera Luna, J. A. (2016). Modelo de crecimiento en altura dominante para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en el estado de Guerrero. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 7(37), 7-20.
- Jerez-Rico, M., Moret-Barillas, A. Y., Carrero-Gómez, O. E., Macchiavelli, R. E., & Quevedo-Rojas, A. M. (2011). Curvas de índice de sitio basadas en modelos mixtos para plantaciones de teca (*Tectona grandis* LF) en los llanos de Venezuela. *Agrociencia*, 45(1), 135-145.
- Jiang, L., & Li, Y. (2010). Application of Nonlinear Mixed-Effects Modeling Approach in Tree Height Prediction. *Journal of Computers*, 5(10), 1575-1581. doi:10.4304/jcp.5.10.1575-1581
- Kahriman, A., Sönmez, T., & Gadow, K. v. (2018). Site index models for Calabrian pine in the central Mediterranean region of Turkey. *Journal of Sustainable Forestry*, 1-16. doi:10.1080/10549811.2017.1421086
- López-Sánchez, C. A., Álvarez-González, J. G., Diéguez-Aranda, U., & Rodríguez-Soalleiro, R. (2015). Modelling dominant height growth in plantations of *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco in Spain. *Southern Forests: a Journal of Forest Science*, 77(4), 315-319. doi:10.2989/20702620.2015.1077417
- López-Upton, J. (2002). *Pinus pseudostrobus* Lindl. *Tropical Tree Seed Manual. USDA Forest Service*, 636-638.
- Nigh, G. (2015). Engelmann spruce site index models: A comparison of model functions and parameterizations. *PloS one*, 10(4), e0124079. doi:10.1371/journal.pone.0124079
- Nord-Larsen, T. (2006). Developing dynamic site index curves for European beech (*Fagus sylvatica* L.) in Denmark. *Forest Science*, 52(2), 173-181.
- Pacheco, A. G., Santiago, J. W., Martínez, S. D., & Ortiz, B. R. (2016). Análisis del crecimiento e incremento y estimación de índice de sitio para *Pinus*

- montezumae* Lamb. en Santiago Textitlán, Sola de Vega, Oaxaca. *Foresta Veracruzana*, 18(2), 21-28.
- Pinheiro, J., Bates, D., DebRoy, S., & Sarkar, D. (2013). R package version 3.1–108. *The R development core team nlme: linear and nonlinear mixed effect models*.
- Prodan, M., Peters, R., Cox, F., & Real, P. (1997). Mensura Forestal. GTZ/IICA. *Serie Investigación y Educación en Desarrollo Sostenible. San José, Costa Rica*.
- Pyo, J. (2017). Developing the site index equation using a generalized algebraic difference approach for *Pinus densiflora* in central region, Korea. *Forest Science and Technology*, 13(2), 87-91. doi:10.1080/21580103.2017.1308889
- Quiñonez-Barraza, G., los Santos-Posadas, D., Héctor, M., Cruz-Cobos, F., Velázquez-Martínez, A., Ángeles-Pérez, G., & Ramírez-Valverde, G. (2015). Site index with complex polymorphism of forest stands in Durango, Mexico. *Agrociencia*, 49(4), 439-454.
- R Core Team. (2017). *R: A language and environment for statistical computing*. Vienna, Austria. <https://www.R-project.org/>: R Foundation for Statistical Computing.
- Richards, F. (1959). A flexible growth function for empirical use. *Journal of experimental Botany*, 10(2), 290-301.
- Rodríguez-Carrillo, A., Cruz-Cobos, F., Vargas-Larreta, B., & Hernández, F. J. (2015). Compatible dominant height-site index model for juniper (*Juniperus deppeana* Steud.). *Revista Chapingo. Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 21(1). doi:10.5154/r.rchscfa.2014.09.041
- Rojo-Alboreca, A., Cabanillas-Saldaña, A. M., Barrio-Anta, M., Notivol-Paíno, E., & Gorgoso-Varela, J. J. (2017). Site index curves for natural Aleppo pine forests in the central Ebro valley (Spain). *Madera y Bosques*, 23(1), 143-159. doi:10.21829/myb.2017.231495
- Sáenz-Romero, C., Rehfeldt, G. E., Soto-Correa, J. C., Aguilar-Aguilar, S., Zamarripa-Morales, V., & López-Upton, J. (2012). Altitudinal genetic

- variation among *Pinus pseudostrobus* populations from Michoacán, México. Two location shadehouse test results. *Revista Fitotecnia Mexicana*, 35(2).
- SAS Institute Inc. (2015). *Base SAS 9.4® Procedures Guide: Statistical Procedure, Third edition*. Cary, NC, USA: SAS Institute.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the Dimension of a Model. *The Annals of Statistics*, 6(2), 461-464.
- Seki, M., & Sakici, O. E. (2017). Dominant height growth and dynamic site index models for Crimean pine in the Kastamonu–Taşköprü region of Turkey. *Canadian Journal of Forest Research*, 47(11), 1441-1449. doi:10.1139/cjfr-2017-0131
- Sharma, M., Subedi, N., Ter-Mikaelian, M., & Parton, J. (2015). Modeling climatic effects on stand height/site index of plantation-grown jack pine and black spruce trees. *Forest Science*, 61(1), 25-34. doi:10.5849/forsci.13-190
- Skovsgaard, J. P., & Vanclay, J. K. (2008). Forest site productivity: a review of the evolution of dendrometric concepts for even-aged stands. *Forestry: An International Journal of Forest Research*, 81(1), 13-31. doi:10.1093/forestry/cpm041
- Tamarit-Urias, J. C., los Santos-Posadas, D., Héctor, M., Aldrete, A., Valdez-Lazalde, J. R., & Ramírez-Maldonado, H. (2014). Ecuaciones dinámicas de índice de sitio para *Tectona grandis* en Campeche, México. *Agrociencia*, 48(2), 225-238.
- Tewari, V. P., Álvarez-González, J. G., & García, O. (2014). Developing a dynamic growth model for teak plantations in India. *Forest Ecosystems*, 1(1), 9. doi:10.1186/2197-5620-1-9
- Verbeke, G., & Molenberghs, G. *Linear Mixed Models for Longitudinal Data*. 2000 New York. NY Springer.
- Wang, M., Borders, B., & Zhao, D. (2007). Parameter estimation of base-age invariant site index models: which data structure to use? *Forest Science*, 53(5), 541-551.

Wang, M., Borders, B. E., & Zhao, D. (2008). An empirical comparison of two subject-specific approaches to dominant heights modeling: The dummy variable method and the mixed model method. *Forest Ecology and Management*, 255(7), 2659-2669. doi: 10.1016/j.foreco.2008.01.030

CAPÍTULO IV

4. MODELOS DE ÍNDICE DE DIÁMETRO PARA PLANTACIONES FORESTALES COMERCIALES DE *Pinus pseudostrobus* Lindley

4.1. Resumen

Las plantaciones forestales comerciales (PFC) establecidas en Nuevo San Juan Parangaricutiro (NSP), Michoacán, contribuyen al incremento de la producción maderable en la región. Con datos de análisis troncales de 41 árboles de *Pinus pseudostrobus* Lindl. en PFC de NSP, se desarrollaron y evaluaron 16 modelos de índice de diámetro en diferencia algebraica (ADA), los cuales fueron ajustados con el enfoque de modelación de variables indicadoras. Para la generación de familias de curvas de crecimiento, se consideró el índice de diámetro (IDiam) como indicador que representa cada árbol en función del diámetro y edad a una edad de referencia. Los modelos de Korf, Levakovic II, Monomolecular y Weibull fueron seleccionados por presentar precisión estadística superior. Los modelos de IDiam son herramientas que permiten describir adecuadamente el patrón de crecimiento de los datos, además, son útiles para estimar el máximo punto de crecimiento en diámetro, lo cual sirve de apoyo para conducir a las PFC de NSP a un mayor rendimiento.

Palabras clave: crecimiento, diferencia algebraica, rendimiento, variables indicadoras.

4.2. Abstract

The commercial forest plantations (CFP) established in Nuevo San Juan Parangaricutiro (NSP), Michoacan, they contribute to timber production increase. With data obtained from a stem analysis of 41 *Pinus pseudostrobus* Lindl trees in CFP of NSP, 16 diameter index models in algebraic difference (ADA) were fitted and evaluated. They were fitted with dummy variables approach. To generate growth curves, diameter index (IDiam) was considered as the index that refers to

each tree in regard to its diameter or age at the reference time. Korf, Levakovic II, Monomolecular and Weibull models were selected according best fit statistics. The diameter index models are tools that allow to adequately described the growth pattern of the data, in addition, they are useful to estimate the maximum growth of diameter point, which serves as a support to lead the CFP of NSP to the maximum yield.

Keywords: algebraic difference, dummy variables, growth, yield.

4.3. Introducción

La silvicultura y el manejo forestal incorporan herramientas científicas permanentemente para mejorar la precisión en el diseño de prescripciones de manejo, la proyección de los productos esperados y la dinámica de los ecosistemas forestales (Vargas-Larreta et al., 2017).

Los modelos de crecimiento se han convertido en una rama importante de la investigación en las ciencias forestales, y corresponden a un sistema de ecuaciones que pueden predecir el crecimiento de un bosque o un árbol bajo una amplia variedad de condiciones, lo cual es un requisito para la toma de decisiones en el manejo forestal (Monserud 2003, Salas, Gregoire, Craven, & Gilabert, 2016; Vanclay 1994;).

El diámetro es una de las variables más fáciles de medir y tiene una fuerte relación con la altura y volumen. El objetivo de modelar el crecimiento en diámetro es definir la dinámica a una edad y condición inicial determinada, con ello es posible identificar estrategias de manejo para optimizar tasas de crecimiento según los propósitos de producción, y es concluyente para determinar los costos de extracción y comercialización de los productos forestales (Quiñonez, De los Santos, & Álvarez, 2015a; Torres & Magaña, 2001).

La evolución del diámetro se modela con funciones que caracterizan el estado actual de la variable para determinar la condición pasada o futura. Las ecuaciones dinámicas son un caso especial de este tipo de funciones, donde el

diámetro proyectado se estima en función de la edad actual del bosque y las condiciones iniciales de edad y diámetro (Tamarit-Urias et al., 2014).

El método para derivar ecuaciones invariantes de la edad base, se conoce como diferencia algebraica (ADA), el cual consiste en la sustitución de un parámetro del modelo base para expresarlo como una función del sitio (Bailey & Clutter, 1974). La metodología de diferencia algebraica generalizada (GADA) se fundamenta en la expansión de la ecuación base de acuerdo con teorías de crecimiento (tasa de crecimiento y asíntota) lo que permite que dos o más parámetros sean dependientes del sitio (Cieszewski, 2002; Cieszewski, 2003; Cieszewski & Bailey, 2000). Las ecuaciones en ADA y GADA han sido usadas con frecuencia para predecir el crecimiento en área basal, altura, altura dominante y diámetro normal en función de la edad para diferentes especies forestales (Parra-Piedra, De los Santos-Posadas, Fierros-González, Valdez-Lazalde, & Romo-Lozano, 2017; Quiñonez-Barraza et al., 2015a; Santiago-García et al., 2017).

Los métodos invariantes de la edad base asumen que los datos contienen errores de medición y errores aleatorios que provocan sesgo en los parámetros estimados y por lo tanto en la predicción del modelo (Álvarez-González, Zingg, & Gadow, 2010; Cieszewski, 2000; Goelz & Burk, 1996). Una de las metodologías para solucionar este problema es el empleo del enfoque de modelación de variables indicadoras (Cieszewski, Harrison, & Martin, 2000); supone que todas las respuestas de los individuos siguen una forma funcional similar con parámetros comunes (globales) y específicos (locales) para cada unidad de muestreo (Álvarez-González et al., 2010). El enfoque de variables indicadoras considera los parámetros locales como fijos, pero diferentes para cada árbol o parcela y puede ser aplicable a todos los modelos ADA y GADA (Wang, Borders, & Zhao, 2007; Wang, Borders, & Zhao, 2008).

Por la importancia de disponer de técnicas confiables para predecir el crecimiento de los bosques, el objetivo de la investigación fue ajustar y comparar modelos en ADA con variables indicadoras para la elaboración de curvas de crecimiento e

incremento en diámetro para plantaciones forestales comerciales (PFC) de *Pinus pseudostrobus* Lindley establecidas en Nuevo San Juan, Parangaricutiro (NSP), Michoacán.

4.4. Material y métodos

Descripción del área estudio

Los datos utilizados se colectaron en PFC de *P. pseudostrobus* en la comunidad indígena de NSP que se localiza en la Meseta Purépecha del estado de Michoacán a 12 km al sur de la ciudad de Uruapan (19°34'-19°25' N y 102°17'-102°00' O). La superficie total de las PFC es de 12 ha, las cuales se distribuyen en las localidades de Pario, Huerekutini, Tejamanil I y Tejamanil II, con edades de 26 y 28 años. El clima se caracteriza por ser templado húmedo con abundantes lluvias en verano (García, 1988). La vegetación natural corresponde a bosque de pino, bosque de pino-encino, bosque de pino-oyamel, bosque mesófilo de montaña (Bello-González, Hernández-Muñoz, Lara-Chávez, & Salgado-Garciglia, 2015). Las especies de *Pinus pseudostrobus* Lindl., *P. devoniana* Lindl., *P. montezumae* Lamb., *P. douglasiana* Martínez, *P. leiophylla* Schl. & Cham., *Quercus candicans* Née, *Q. rugosa* Née, *Q. laurina* Humb y Bonp. y *Alnus jorullensis* Humboldt, Bonpland & Kunth componen el estrato arbóreo dominante (UNDP,2012).

Base de datos

La base de datos utilizada consistió en 508 pares de datos de diámetro (*d*) y edad (*E*) de 41 árboles de *P. pseudostrobus*, los cuales se derribaron para la obtención de cortes transversales a 0.3 m de longitud, 0.6 m, 1.3 m y secciones entre 2.5 y 3.3 m hasta llegar a la altura total; posteriormente se evaluaron con la metodología de análisis troncales. Los árboles muestra se distribuyeron en los cuatro parajes de estudio y cubrieron la variabilidad de las categorías diamétricas existentes.

Modelos de índice de diámetro

Los modelos de índice de diámetro en ADA relacionan el d en función de la E y son representados como (Quiñonez et al., 2015a):

$$d = f(d_i, E, Eb, \beta),$$

donde: d es el diámetro a la edad de proyección (E), d_i es el diámetro observado, Eb es la edad base y β es el vector de parámetros de regresión del modelo (De los Santos Posadas, Montero Mata, & Kanninen, 2006; Parra-Piedra et al., 2017). Las modelos utilizados fueron reportados por Zeide (1993) (Tabla 4.1), los cuales han sido seleccionadas para la modelación de diferentes variables en función de la edad (Hernández-Cuevas, Santiago-García, De los Santos-Posadas, Martínez-Antúnez, & Ruiz-Aquino, 2018; Fierros-Mateo, De los Santos-Posadas, Fierros-González, & Cruz-Cobos, 2017; Quiñonez et al., 2015b; Seki & Sakici, 2017; Sharma, Subedi, Ter-Mikaelian, & Parton, 2015).

Para la generación de familias de curvas de crecimiento, se consideró como Índice de Diámetro (IDiam) al diámetro medio que alcanzan las PFC a la edad de referencia de 20 años o el indicador que representa cada árbol en función del diámetro y edad a una edad base, lo cual implica un aspecto de producción e indirectamente de productividad (Quiñonez-Barraza et al., 2015a; Vargas-Larreta et al., 2017).

Tabla 4.1 Modelos de índice de diámetro para *P. pseudostrobus*.

Modelo	Ecuación dinámica	Abreviación
Chapman-Richards	$D_{ij} = Ds_i \left[\frac{1 - e^{-\beta_2 E_{ij}}}{1 - e^{-\beta_2 Eb}} \right]^{\beta_3}$	CR-a
	$D_{ij} = \beta_1 \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{Ds_i}{\beta_1} \right)^{\frac{1}{\beta_3}} \right]^{\frac{E_{ij}}{Eb}} \right\}^{\beta_3}$	CR-b
	$D_{ij} = Ds_i \left[\frac{1 - e(-\beta_2 E_{ij})^{\beta_3}}{1 - e(-\beta_2 Eb)^{\beta_3}} \right]$	W-a
Weibull	$D_{ij} = \beta_1 \left\{ 1 - e^{\left[\ln \left(\frac{\beta_1 - Ds_i}{\beta_1} \right) \frac{E_{ij} \beta_3}{Eb \beta_3} \right]} \right\}$	W-b
	$D_{ij} = \beta_1 \left\{ 1 - e^{-\beta_2 E_{ij} \left[\frac{\ln \left(\frac{\ln \left(\frac{\beta_1 - Ds_i}{\beta_1} \right)}{-\beta_2} \right)}{\ln(Eb)} \right]} \right\}$	W-c
Hossfeld IV	$D_{ij} = \frac{E_{ij}^{\beta_3} Ds_i Eb^{\beta_3}}{\beta_2 Ds_i Eb^{\beta_3} - E_{ij}^{\beta_3} Eb \beta_2 + E_{ij}^{\beta_3} Eb^{\beta_3}}$	H-a
	$D_{ij} = \frac{-E_{ij}^{\beta_3} Ds_i \beta_1}{Ds_i Eb^{\beta_3} - Eb^{\beta_3} \beta_1 - E_{ij}^{\beta_3} Ds_i}$	H-b
Gompertz	$D_{ij} = Ds_i \frac{e^{[-\beta_2 e(-\beta_3 E_{ij})]}}{e^{[-\beta_2 e(-\beta_3 Eb)]}}$	G-a
	$D_{ij} = \beta_1 e^{\left\{ -\beta_2 e \left[\ln \left(-\ln \left(\frac{Ds_i}{\beta_1} \right) \frac{E_{ij}}{Eb} \right) \right] \right\}}$	G-b
Levakovic II	$D_{ij} = Ds_i \left[\frac{\frac{E_{ij}}{\beta_2 + E_{ij}}}{\frac{Eb}{\beta_2 + Eb}} \right]^{\beta_3}$	LII-a
	$D_{ij} = \beta_1 \left[\frac{E_{ij}}{Eb} \left(-1 + \frac{Ds_i}{\beta_1} \right)^{\left(\frac{-1}{\beta_3} \right) + E_{ij}} \right]^{\beta_3}$	LII-b
Monomolecular	$D_{ij} = Ds_i \left[\frac{1 - \beta_3 e^{(-\beta_2 E_{ij})}}{1 - \beta_3 e^{(-\beta_2 Eb)}} \right]$	M-a
	$D_{ij} = -\beta_1 \left\{ -1 + \beta_3 \left[-\frac{(Ds_i - \beta_1)}{(\beta_1 \beta_3)} \right]^{\frac{E_{ij}}{Eb}} \right\}$	M-b

	$D_{ij} = DS_i e^{[-\beta_2(E_{ij}-Eb)]^{-\beta_3}}$	K-a
	$D_{ij} = \beta_1 \left(\frac{DS_i}{\beta_1} \right)^{\frac{Eb}{E_{ij}^{\beta_3}}}$	K-b
Korf	$D_{ij} = \beta_1 e^{\left\{ -\beta_2 - \ln \left[\frac{\frac{DS_i}{\beta_1}}{\beta_2} \right]^{\frac{\ln E_{ij}}{\ln Eb}} \right\}}$	K-c

donde d_{ij} es el diámetro j en el árbol i ; E_{ij} es la edad j en el árbol i ; ds_i el parámetro local; Eb es la edad de referencia (20 años) β_i ($i = 1, 2, 3$) son los parámetros globales.

Metodología de ajuste de los modelos de índice de diámetro

Los modelos dinámicos se ajustaron con el enfoque de modelación de variables indicadoras, el cual asume que los datos contienen errores de medición y errores aleatorios que deben ser modelados (Cieszewski et al., 2000). El enfoque de variables indicadoras ajusta simultáneamente los parámetros globales (comunes) y específicos (locales) para cada árbol o parcela, así las curvas se ajustan a las tendencias individuales de los datos. Para aplicar este método es necesario contar con al menos dos mediciones en el tiempo por parcela o con datos de análisis troncales (Wang et al., 2008; Hirigoyen, Franco, & Diéguez, 2017).

El parámetro que explica el efecto para cada árbol se ajustó con variables indicadoras, la formulación general de los modelos fue representada como (Wang et al., 2008):

$$d_{ij} = f(ds_{ij}, E_{ij}, Eb, \beta_i),$$

donde el parámetro local (ds_i) representó el diámetro j en el árbol i y una variable indicadora (I_i), dada por

$$ds_i = \sum_{i=1}^n ds_{ij} I_i.$$

Los modelos ajustaron de forma simultánea los parámetros globales y específicos por árbol con el procedimiento “nested iterative procedure” (Tait, Cieszewski, & Bella, 1988). El método iterativo consistió en el ajuste de los parámetros globales para cada modelo con valores iniciales de 20 cm (ds_{ij}) que corresponde a la categoría diamétrica media observada a la edad de 20 años,

los valores de los parámetros globales se consideraron como constantes y el parámetro específico del sitio (ds_{ij}) fue reajustado. Los datos observados para cada árbol (ds_{ij}) fueron usados como valores de inicio para el procedimiento de ajuste, los estimados (d_{ij}) se convirtieron en valores observados y los parámetros globales se ajustaron nuevamente. La secuencia se repitió hasta que las estimaciones sucesivas de los parámetros globales se estabilizaron (Cieszewski & Bailey, 2000; González, Cruz, Quiñonez, Vargas, & Nájera, 2016; Quiñonez-Barraza et al., 2015a). El criterio utilizado se basó en que la reducción del error medio cuadrático del modelo entre dos iteraciones fuera menor de 0.0001 (Vargas-Larreta, Álvarez-González, Corral-Rivas, & Aguirre Calderón, 2010).

En la formulación de los modelos los términos del error e_{ij} se asumen independientes e idénticamente distribuidos con media cero. Sin embargo, por la naturaleza longitudinal de la base de datos utilizada para el ajuste, puede esperarse la autocorrelación de los errores (Álvarez-González et al., 2010); además, las predicciones de los modelos podrían mantener variación en los niveles de las variables independientes, lo que es conocido como heterocedasticidad (Gujarati & Porter, 2011). Por la importancia de mejorar la capacidad predictiva y la interpretación de las propiedades estadísticas en el ajuste de los modelos dinámicos, se emplearon combinaciones de estructuras autorregresivas de media móvil de los errores (ARMA) (Quiñonez, García, & Aguirre, 2018). La combinación mejor fue la compuesta por un modelo autorregresivo de primer y segundo orden (ar1 y ar2), y un modelo de media móvil de primer orden (ma1). La programación de los modelos ARMA fue la siguiente (SAS Institute Inc., 2015):

$$d_{ijt} = f(ds_{ij}, E_{ij}, Eb, \beta_i)$$

$$d_{ijarma} = ar1 * zlag1(d_{ij} - d_{ijt}) + ar2 * zlag2(d_{ij} - d_{ijt}) + ma1$$

$$* zlag1(resid. d_{ij})$$

$$d_{ij} = d_{ijt} + d_{ijarma},$$

donde d_{ijt} es el modelo de índice de diámetro; d_{ijarma} es el modelo ARMA; d_{ij} es el modelo de índice de diámetro con la estructura ARMA y ar_i y $ma1$

representan los parámetros autorregresivos y de media móvil para los retardos $zlag_k$, respectivamente.

La estructura $d_{ij}arma = ar1 * zlag1(d_{ij} - d_{ij}t) + ma1 * zlag1(resid. d_{ij})$ se utilizó para lograr convergencia y garantizar la corrección de la autocorrelación en las ecuaciones H-a y K-b.

La función $H.var$ se asignó para la corrección de heterocedasticidad, la cual especifica una forma funcional para la varianza (SAS Institute Inc., 2015), y es dada por

$$H. d_{ij} = \sigma^2 * x^{2\alpha}.$$

var es la variable d_{ij} de la ecuación y x corresponde a la edad de proyección (E_{ij}). Los modelos de índice de diámetro, la estructura ARMA y la forma funcional de la varianza se ajustaron simultáneamente con el procedimiento MODEL del programa SAS (SAS Institute Inc., 2015), el cual permite la actualización dinámica de los residuales.

Criterios de selección de los mejores modelos

La precisión de los modelos fue evaluada con el coeficiente de determinación (R^2), raíz del cuadrado medio del error (RCME), criterio de información de Akaike (AIC) y sesgo absoluto (S). Además, se analizaron gráficamente los residuales y las predicciones de los modelos para verificar el comportamiento lógico con respecto a los datos utilizados (Vargas-Larreta et al., 2017; Santiago-García et al., 2017). Para comprobar los supuestos de homogeneidad de varianzas se usó la prueba de *Breusch-Pagan* (Hernández-Ramos et al., 2015; SAS Institute Inc., 2015).

Un criterio de calificación (Sakici, Misir, Yavuz, & Misir, 2008) fue empleado para la selección de los mejores modelos, el cual consistió en la jerarquización de los estadísticos utilizados para medir el ajuste. Valores del 1 al 16 fueron asignados de manera consecutiva en función al orden de precisión, el 1 correspondió al estadístico más eficiente y el 16 al menos eficiente, la sumatoria representó la

calificación total de cada modelo (García-Espinoza et al., 2018; Tamarit, Rojas, Quiñonez, Ordoñez, & Monárrez, 2017).

4.5. Resultados y discusión

En la Tabla 4.2 se presentan los estimadores de los parámetros globales para los modelos ajustados, los cuales resultaron diferentes de cero ($p < 0.0001$). Además, se presentan los estimadores de los parámetros de la estructura ARMA y de la forma funcional para la varianza.

Tabla 4.2 Parámetros estimados de los modelos ajustados.

M		β_1	β_2	β_3	$ar1$	$ar2$	$ma1$	σ	α
CR-a	θ		0.0514	1.1510	1.7028	0.8788	0.6882	2.6158	0.5870
	ε		0.0054	0.0452	0.0278	0.0228	0.0389	0.1894	0.0289
CR-b	θ	70.1128		0.9995	1.7703	0.9395	0.7008	2.7455	0.5933
	ε	7.1173		0.0340	0.0213	0.0192	0.0335	0.1958	0.0284
W-a	θ		0.0343	1.0851	1.7078	0.8845	0.6906	2.6720	0.5944
	ε		0.0014	0.0286	0.0272	0.0224	0.0381	0.1938	0.0289
W-b	θ	70.2341		0.9994	1.7705	0.9397	0.7008	2.7412	0.5925
	ε	8.0066		0.0285	0.0213	0.0191	0.0335	0.1956	0.0284
W-c	θ	51.3549	0.0314		1.7139	0.8899	0.6877	2.5951	0.5912
	ε	2.2141	0.0012		0.0250	0.020	0.0374	0.1938	0.0299
H-a	θ	1.1456	1.4801		0.7975		0.4058	2.3241	0.4705
	ε	0.1069	0.0338		0.0364		0.0406	0.1582	0.0269
H-b	θ	108.320		1.0248	1.7703	0.9390	0.7027	2.7257	0.5904
	ε	16.0976		0.0370	0.0215	0.0194	0.0336	0.1937	0.0283
G-a	θ		2.8166	0.1111	1.6668	0.8627	0.6190	4.1634	0.7427
	ε		0.0655	0.0046	0.0251	0.0204	0.0401	0.3052	0.0292
G-c	θ	42.6325	2.9149		1.7751	0.9479	0.6320	3.6109	0.6625
	ε	0.7214	0.0629		0.0177	0.0176	0.0346	0.2647	0.0292

LII-a	θ		7.4495	1.9750	1.7170	0.8708	0.7456	2.1300	0.5036
	ε		1.5089	0.2330	0.0308	0.0247	0.0401	0.1486	0.0277
LII-b	θ	80.8411		1.0097	1.8021	0.9240	0.8937	3.0788	0.6360
	ε	4.6051		0.0319	0.0208	0.0192	0.0184	0.2169	0.0280
M-a	θ		0.0544	1.0555	1.7014	0.8677	0.6999	2.1788	0.5210
	ε		0.0033	0.0095	0.0298	0.0239	0.0412	0.1547	0.0282
M-b	θ	65.4473		1.0058	1.7783	0.9416	0.7111	2.7753	0.5987
	ε	4.166		0.0045	0.0208	0.0185	0.0325	0.1969	0.0282
K-a	θ		5.1390	0.4736	1.7354	0.8791	0.7793	2.1210	0.5132
	ε		0.0773	0.0412	0.0290	0.0236	0.0367	0.1496	0.0280
K-b	θ	153.5313		0.3571	0.8249		0.4249	2.4566	0.5023
	ε	31.5476		0.0362	0.0329		0.0385	0.1630	0.0262
K-c	θ	140.8089	5.2096		1.7301	0.8838	0.7545	2.1687	0.5247
	ε	22.077	0.0676		0.0283	0.0230	0.0373	0.1562	0.0287

M = modelo; θ = parámetro; ε = error estándar; β_i = estimador de los parámetros; ar_i y $ma1$ = parámetros de la estructura autorregresiva de media móvil; σ y α = parámetros de la forma funcional para la varianza.

Los parámetros autorregresivos no se usan en las predicciones, sólo constituyen los indicadores estadísticos para los ajustes más eficientes (Castillo et al., 2013; González, Cruz, Quiñonez, Vargas, & Nájera, 2016; Quiñonez et al., 2018; Rodríguez-Carrillo, Cruz-Cobos, Vargas-Larreta, & Hernández).

Resultados similares fueron reportados por Quiñonez et al. (2018), quienes obtuvieron predicciones eficientes y estadísticos de ajuste confiables con el uso de estructuras autorregresivas de media móvil y funciones de varianza en la modelación de la altura dominante e índice sitio para *Pinus teocote* Schlecht et Cham. en Durango, México.

Los modelos presentaron valores de R^2 de 94 a 98%, para la RCME, CV y E se obtuvieron variaciones de 1.18 a 2.24 cm, 6.39 a 12% y 0.042 a 0.474 cm, respectivamente (Tabla 4.3). En investigaciones sobre la estimación de variables

forestales de interés, el enfoque de variables indicadoras ha permitido desarrollar modelos dinámicos de crecimiento estadísticamente precisos con parámetros exclusivos para un árbol o parcela (Duan, Gao, Wang, & Fu, 2018; Hirigoyen et al., 2018; Nigh, 2015; Vargas-Larreta et al., 2010; Wang et al 2008).

Tabla 4.3 Estadísticos de bondad de ajuste de los modelos evaluados.

Modelo	R ²	RCME	AIC	CV	S	CT	BP	Pr>Chi-Sq
CR-a	0.9772	1.3922	345.1194	7.4777	0.1565	29	0.12	0.7270
CR-b	0.9666	1.6870	540.2439	9.0594	0.1921	64	0.02	0.8962
W-a	0.9763	1.4191	364.5729	7.6273	0.1510	32	0.12	0.7329
W-b	0.9665	1.6876	540.6253	9.0635	0.1910	67	0.01	0.9025
W-c	0.9762	1.4247	368.5906	7.6639	0.1403	34	0.01	0.9043
H-a	0.9714	1.5595	460.4258	8.0245	0.4749	55	0.32	0.5721
H-b	0.9672	1.6718	531.0751	8.9802	0.1868	54	0.03	0.8696
G-a	0.9604	1.8365	626.5208	9.8077	0.2828	74	0.20	0.6543
G-c	0.9408	2.2444	830.3320	12.0057	0.3222	79	0.12	0.7306
LII-a	0.9832	1.1944	189.4681	6.4397	0.0869	12	0.21	0.6451
LII-b	0.9737	1.4960	418.2172	8.0795	0.0657	39	0.23	0.6299
M-a	0.9815	1.2536	238.6010	6.7274	0.1502	23	0.15	0.7008
M-b	0.9667	1.6845	538.7659	9.0346	0.2095	61	0.03	0.8559
K-a	0.9835	1.1852	181.6132	6.3924	0.0803	7	0.17	0.6808
K-b	0.9742	1.4816	408.3358	8.0059	0.0423	33	0.55	0.4603
K-c	0.9826	1.2166	208.1457	6.5582	0.0909	17	0.08	0.7788

R² = coeficiente de determinación, RCME = raíz del cuadrado medio del error; AIC = criterio de información de Akaike; CV = coeficiente de variación; S = sesgo promedio absoluto; CT: calificación total; BP = valor de Breusch-Pagan; Pr>Chi-Sq = prueba de chi-cuadrada.

De acuerdo con el criterio de jerarquización, los modelos LII-a, M-a y K-a presentaron eficiencia estadística superior dentro del grupo de ecuaciones anamórficas, donde el parámetro de la asíntota (β_1) es dependiente del sitio (Bailey & Clutter, 1974). El modelo K-a registró los valores menores en la RCME (1.185 cm), AIC (181.613), CV (6.392%), y el máximo en la R² (98%) (Tabla 4.3).

En los modelos polimórficos, los parámetros de la tasa de crecimiento (β_2) y tasa de cambio (β_3) son dependientes del sitio (Bailey & Clutter, 1974), dentro de este grupo, W-c, K-b y K-c obtuvieron los valores menores en el sistema calificación,

es decir, los estadísticos de ajuste mejores. El modelo K-c obtuvo el valor más alto en la R^2 (98%) y los más bajos en la RCME (1.216 cm), AIC (208.145) y CV (6.558 %).

Los modelos de índice de diámetro registraron valores de 0.01-0.55 en la prueba de Breusch–Pagan, los cuales resultaron no significativos en los residuales ($\text{Pr}>\text{Chi-Sq}=0.460\text{-}0.904$); por tanto, se concluye que no se existe evidencia estadística significativa de problemas heterocedásticos (Tabla 4.3) (Hernández et al., 2015; SAS Institute Inc., 2015).

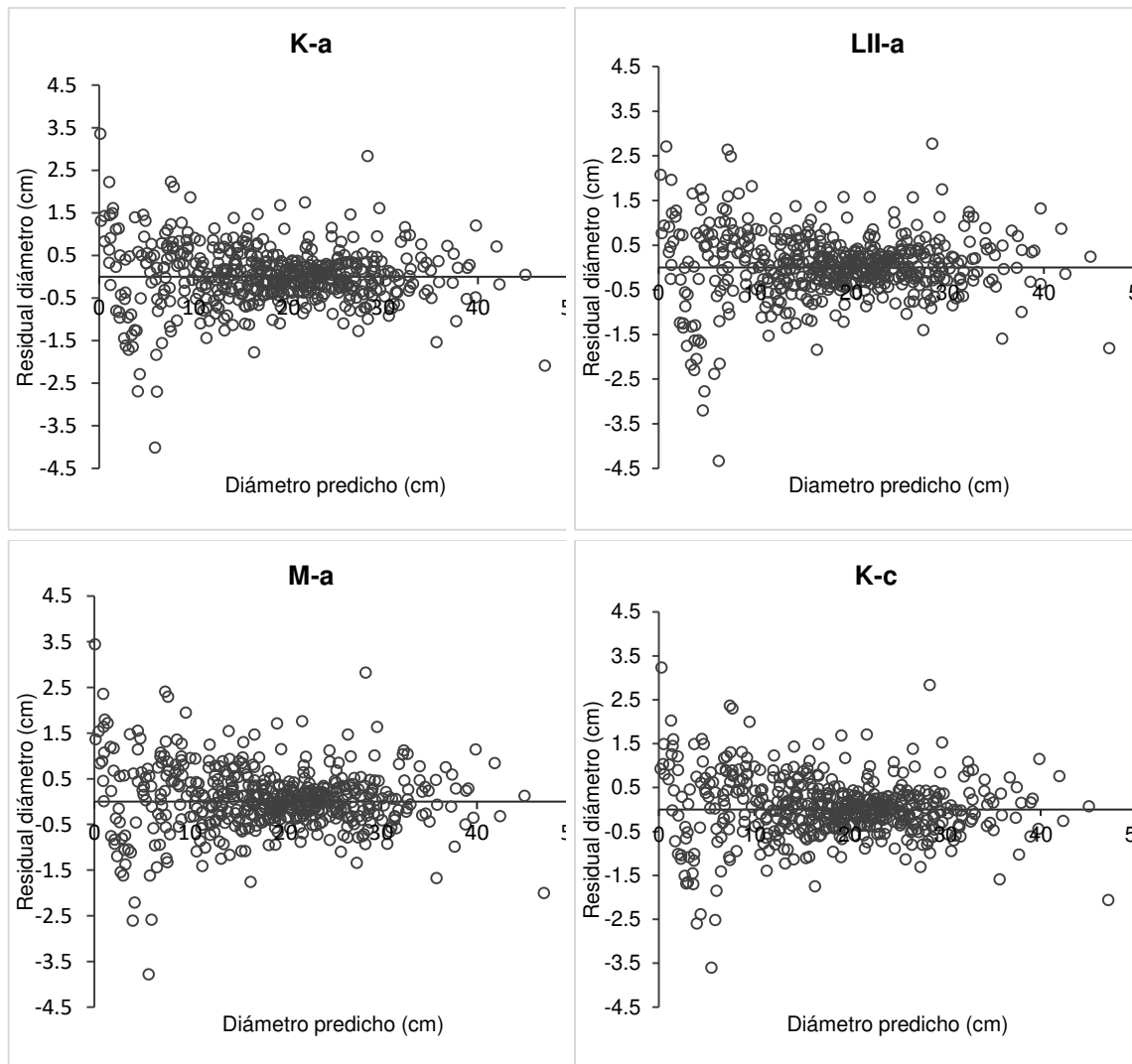
En el Tabla 4.4 se presentan los valores de la Función de Autocorrelación Parcial (PACF), se usaron 8 retardos (Lag) de los residuales para cada árbol y se incluyeron los errores estándar de cada función. En general, la estructura ARMA provee un patrón aleatorio en los residuales con el retardo Lag2, excepto para los modelos H-a y K-b.

Tabla 4.4 Función de Autocorrelación Parcial del ajuste de los modelos con una estructura autorregresiva de media móvil de los errores.

M	Lag0	Lag1	Lag2	Lag3	Lag4	Lag5	Lag6	Lag7	Lag8	EE
CR-a	1	0.0450	-0.1219	-0.0632	0.0535	0.0098	0.0085	-0.0445	-0.0112	0.1143
CR-b	1	0.0813	-0.0940	-0.0692	0.0088	0.0185	0.0317	-0.0257	0.0063	0.1131
W-a	1	0.0427	-0.1221	-0.0624	0.0535	0.0079	0.0096	-0.0417	-0.0076	0.1142
W-b	1	0.0812	-0.0941	-0.0692	0.0086	0.0185	0.0316	-0.0258	0.0063	0.1131
W-c	1	0.0552	-0.1177	-0.0582	0.0588	0.0271	0.0040	-0.0544	-0.0095	0.1140
H-a	1	-0.0979	0.1246	-0.0951	0.0472	-0.1049	-0.0699	-0.1282	-0.0501	0.1195
H-b	1	0.0810	-0.0947	-0.0690	0.0080	0.0191	0.0319	-0.0257	0.0054	0.1131
G-a	1	-0.0359	-0.1326	-0.0627	0.0823	-0.0048	0.0000	-0.0335	0.0017	0.1153
G-c	1	0.0809	-0.1108	-0.1082	0.0040	-0.0029	-0.0050	-0.0461	0.0044	0.1154
LII-a	1	0.0642	-0.1226	-0.0772	0.0456	0.0216	0.0156	-0.0468	-0.0291	0.1147
LII-b	1	0.1136	-0.0738	-0.0629	0.0239	-0.0177	0.0221	-0.0066	0.0211	0.1123
M-a	1	0.0669	-0.1138	-0.0577	0.0189	0.0328	0.0146	-0.0513	-0.0378	0.1144
M-b	1	0.0888	-0.0821	-0.0672	-0.0032	0.0210	0.0324	-0.0258	0.0016	0.1129
K-a	1	0.1003	-0.1033	-0.0670	0.0150	0.0292	0.0200	-0.0420	-0.0293	0.1139
K-b	1	-0.0870	0.1448	-0.0751	0.0160	-0.1006	-0.0239	-0.1258	-0.0600	0.1185
K-c	1	0.0918	-0.1065	-0.0601	0.0225	0.0351	0.0118	-0.0521	-0.0276	0.1140

M = Modelo dinámico; EE = error estándar.

Los modelos K-a, LII-a, M-a, K-b, K-c y W-c fueron seleccionadas por presentar las calificaciones más bajas. Aunque los valores de los estadísticos de ajuste sean similares entre modelos, el análisis de un modelo debe incluir la comparación gráfica de los residuales contra los valores predichos (Cañadas-L et al., 2018; Johansson, 2012). En el presente estudio el comportamiento de los residuos en función del diámetro predicho no mostró evidencia de heterocedasticidad de las varianzas (Figura 4.1).



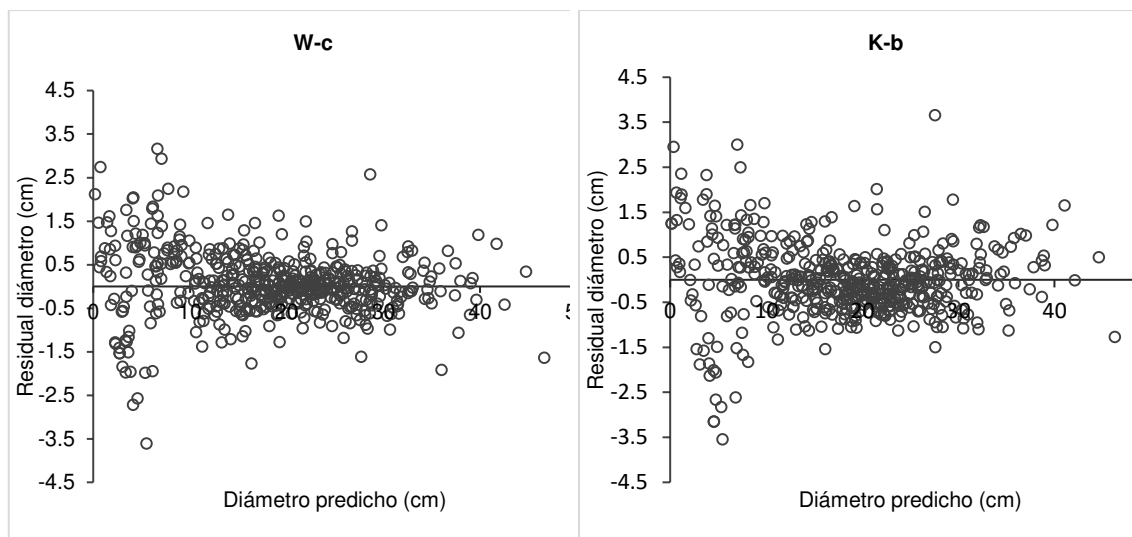
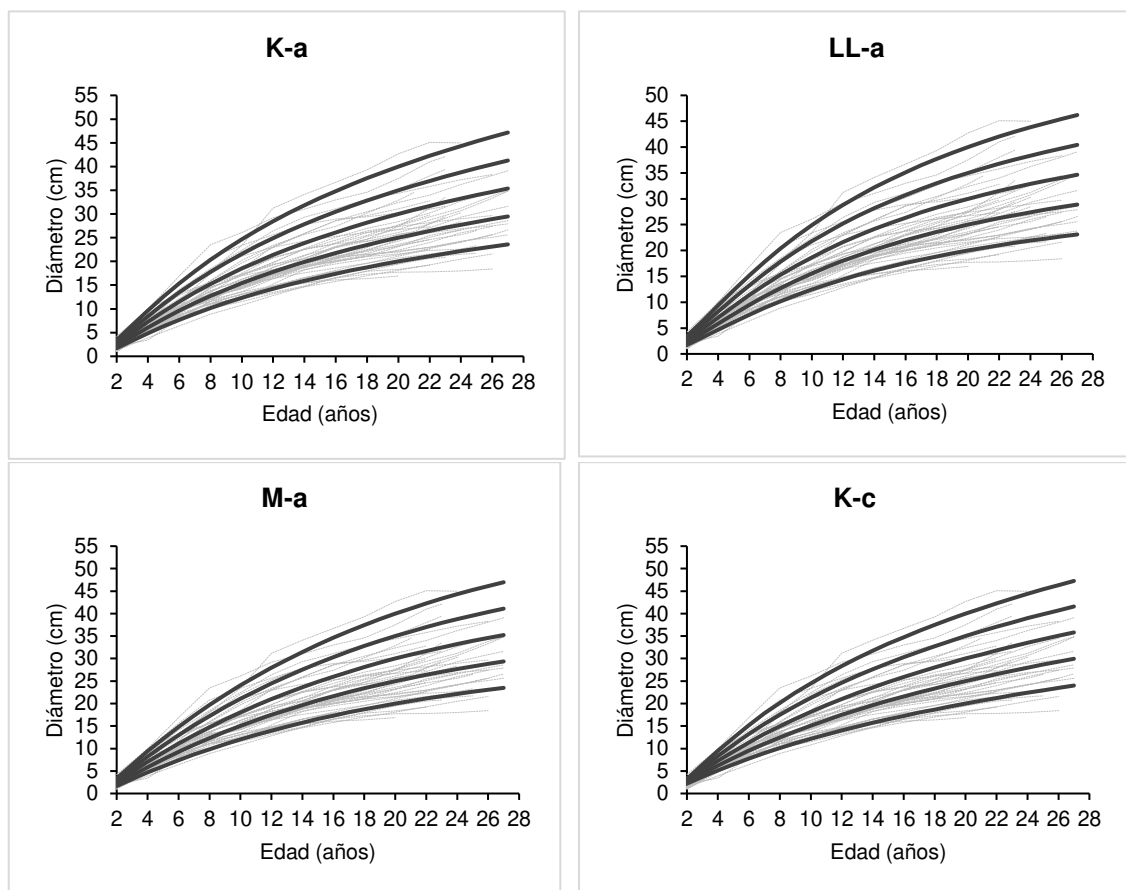


Figura 4.1. Gráficas de residuales contra los valores predichos de los modelos seleccionados.

En la Figura 4.2 se muestra las familias de curvas de crecimiento en diámetro para los modelos seleccionados, las categorías de IDiam correspondieron a 20, 25, 30 y 40 cm a la edad de referencia de 20 años.



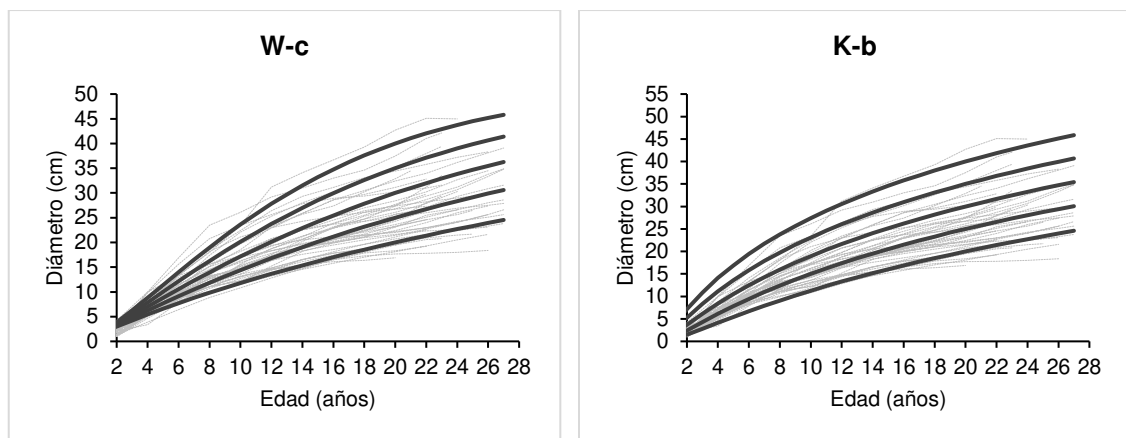


Figura 4.2 Familias de curvas de crecimiento por IDiam de 20, 25, 30, 35 y 40 cm.

En general, las familias de curvas mostraron comportamiento biológico adecuado, lo cual es un indicador de la eficiencia y precisión de las estimaciones (Ercanli, Kahrima, & Yavuz, 2014); sin embargo, se observó una subestimación en el diámetro con las curvas de IDiam de 20 y 40 cm. El uso de modelos polimórficos se ha sugerido en la literatura (Galindo-Soto et al., 2017; Fierros-Mateo et al., 2017; Kahriman, Sönmez, & Gadow, 2018), en el presente estudio los modelos ana-mórficos describieron adecuadamente el comportamiento del crecimiento en diámetro de las plantaciones. Los modelos anamórficos han demostrado buena aptitud para expresar patrones de crecimiento en diferentes variables para especies forestales (Attis Beltrán, Chauchard, & Martínez, 2015; Hirigoyen et al., 2018; Martínez-Zurimendi et al., 2015; Pacheco, Santiago, Martínez, & Ortiz, 2016; Santiago-García, De los Santos-Posadas, Ángeles-Pérez, G., Valdez-Lazalde, & Ramírez-Valverde, 2013), lo que concuerda con la presente investigación.

La Figura 4.3 muestra las familias de curvas de Incremento Medio Anual (IMA) por IDiam. El máximo punto de crecimiento en diámetro ocurre a los 6 años (2.563 cm) con un promedio de 10.40 cm, por tanto, a dicha edad se sugiere la aplicación de aclareos. En masas coetáneas se debe mantener la densidad mediante aclareos por lo bajo, un adecuado ajuste de la densidad permitirá ubicar una buena cantidad de árboles de alto valor maderable y un IDiam favorable por

largos periodos (Quiñonez et al., 2015a). Los modelos W-c y K-b presentaron tendencias biológicamente no adecuadas.

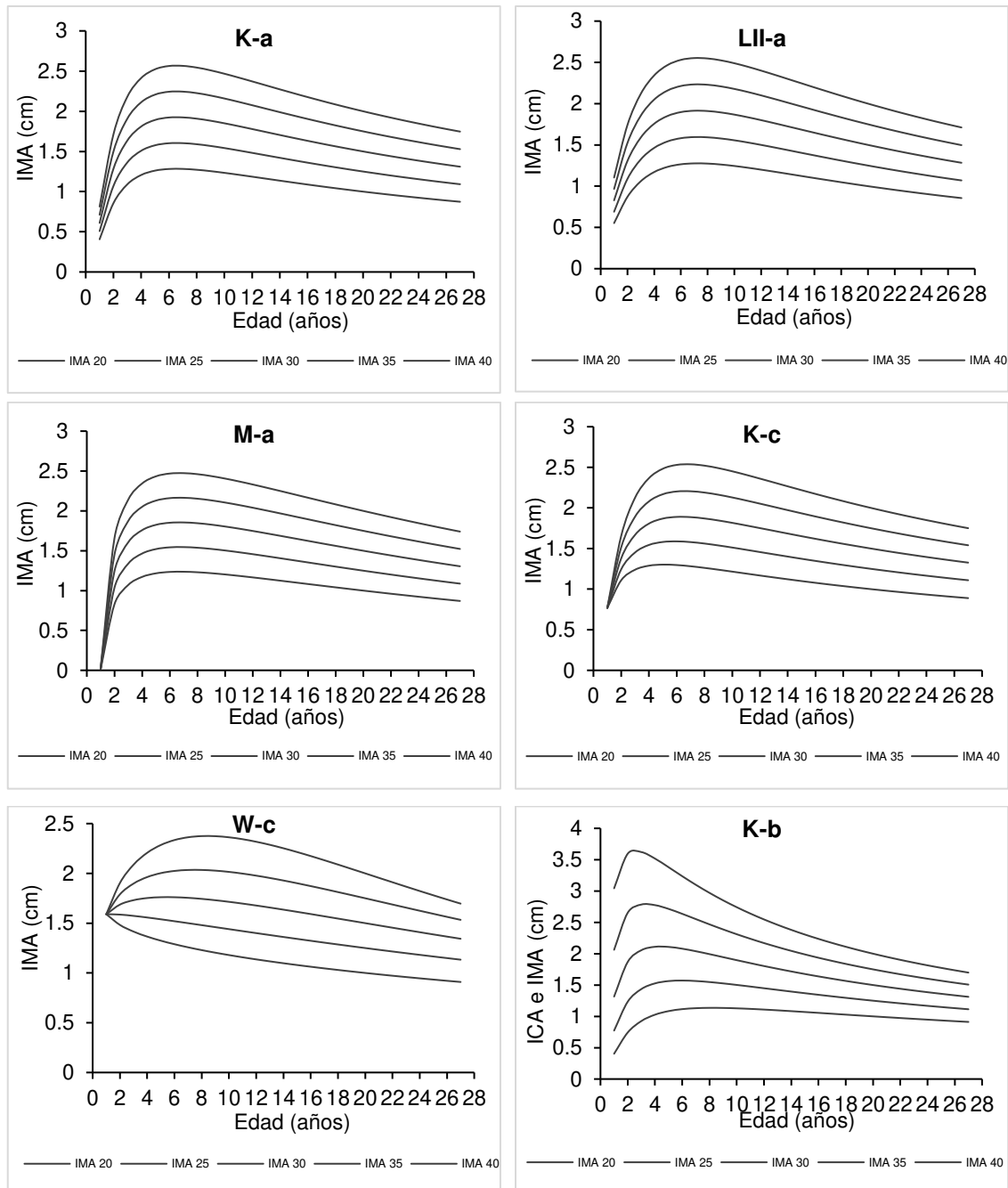


Figura 4.3 Familias de curvas de Incremento Medio Anual (IMA) en diámetro por iDiam de 20, 25, 30, 35 y 40 cm.

El modelo K-a cubrió satisfactoriamente las trayectorias de crecimiento en diámetro y presentó precisión estadística superior, por ello, se considera que

puede ser utilizado en la descripción del crecimiento en diámetro de *P. pseudostrobus* para las PFC de estudio.

4.6. Conclusiones

Los modelos de índice de diámetro presentaron precisión estadística y permitieron generar curvas de crecimiento e incremento medio anual por clase de IDiam para *P. pseudostrobus*. El modelo anamórfico K-a obtuvo la precisión mayor, describió adecuadamente el patrón de crecimiento en diámetro y estimó el máximo punto de crecimiento a los 6 años, esta información servirá de apoyo para conducir a las PFC de NSP a un mayor rendimiento.

4.7. Bibliografía

- Álvarez-González, J. G., Zingg, A., & Gadow, K. v. (2010). Estimating growth in beech forests: a study based on long term experiments in Switzerland. *Annals of Forest Science*, 67(3), 307. doi: 0.1051/forest/2009113
- Attis Beltrán, H., Chauchard, L. M., & Martínez Pastur, G. (2015). Curvas preliminares de índice de sitio para bosques puros y mixtos de *Nothofagus alpina* y *Nothofagus obliqua* en la Patagonia Argentina. *Bosque (Valdivia)*, 36(2), 275-285. doi: 10.4067/S0717-92002015000200013
- Bailey, R. L., & Clutter, J. L. (1974). Base-age invariant polymorphic site curves. *Forest Science*, 20(2), 155-159.
- Bello-González, M. A., Hernández-Muñoz, S., Lara-Chávez, M. B. N., & Salgado-Garciglia, R. (2015). Useful plants of indigenous community from Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacan, Mexico. *Polibotánica*, 39, 175-215.
- Cañadas-L, Á., Andrade-Candell, J., Domínguez-A, J. M., Molina-H, C., Schnabel-D, O., Vargas-Hernández, J. J., & Wehenkel, C. (2018). Growth and Yield Models for Teak Planted as Living Fences in Coastal Ecuador. *Forests*, 9(2), 55. doi:10.3390/f9020055
- Castillo López, A., Vargas-Larreta, B., Corral Rivas, J. J., Nájera Luna, J. A., Cruz Cobos, F., & Hernández, F. J. (2013). Modelo compatible altura-índice de sitio para cuatro especies de pino en Santiago Papasquiaro, Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 4(18), 89-103.

- Cieszewski, C. J. (2002). Comparing fixed-and variable-base-age site equations having single versus multiple asymptotes. *Forest Science*, 48(1), 7-23.
- Cieszewski, C. J. (2003). Developing a well-behaved dynamic site equation using a modified Hossfeld IV Function $Y = (axm)/(c + xm - 1)$, a simplified mixed-model and scant subalpine fir data. *Forest Science*, 49(4), 539-554.
- Cieszewski, C. J., & Bailey, R. L. (2000). Generalized algebraic difference approach: theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. *Forest Science*, 46(1), 116-126.
- Cieszewski, C. J., Harrison, M., & Martin, S. W. (2000). Practical methods for estimating non-biased parameters in self-referencing growth and yield models. *University of Georgia PMRC-TR*, 7(11).
- De los Santos Posadas, H. M., Montero Mata, M., & Kanninen, M. (2006). Curvas dinámicas de crecimiento en altura dominante para *Terminalia amazonia* (Gmel.) Excell en Costa Rica. *Agrociencia*, 40(4).
- Duan, G., Gao, Z., Wang, Q., & Fu, L. (2018). Comparison of Different Height–Diameter Modelling Techniques for Prediction of Site Productivity in Natural Uneven-Aged Pure Stands. *Forests*, 9(2), 63. doi: 10.3390/f9020063
- Ercanli, I., Kahriman, A., & Yavuz, H. (2014). Dynamic base-age invariant site index models based on generalized algebraic difference approach for mixed Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) and Oriental beech (*Fagus orientalis* Lipsky) stands. *Turkish Jour.* doi: 10.3906/tar-1212-67
- Fierros-Mateo, R., De los Santos-Posadas H. M., Fierros-González, M. A., & Cruz-Cobos, F. (2017). Crecimiento y rendimiento maderable en plantaciones de *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen. *Agrociencia*, 51(2), 201-214.
- Galindo-Soto, J. E., Vargas-Larreta, B., Hernández, F. J., & Cruz-Cobos, F. (2017). Modelo compatible altura dominante-índice de sitio para mezquite (*Prosopis laevigata* Humb. et Bonpl. ex Willd) del semidesierto de Durango. *Revista Chapingo Serie Zonas Áridas*, 16(1).

- García, E. (1988). Modificaciones al sistema de clasificación climática de Koppen. *Instituto de Geografía, UNAM, México.*
- García-Espinoza, G., Aguirre-Calderón, O., Quiñonez-Barraza, G., Alanís-Rodríguez, E., Los Santos-Posadas, D., & García-Magaña, J. (2018). Taper and Volume Systems Based on Ratio Equations for *Pinus pseudostrobus* Lindl. in Mexico. *Forests*, 9(6), 344. doi: 10.3390/f9060344
- Goelz, J. C. G., & Burk, T. E. (1996). Measurement error causes bias in site index equations. *Canadian Journal of Forest Research*, 26(9), 1585-1593.
- González Méndez, M., Cruz Cobos, F., Quiñonez Barraza, G., Vargas Larreta, B., & Nájera Luna, J. A. (2016). Modelo de crecimiento en altura dominante para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en el estado de Guerrero. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 7(37), 7-20.
- Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2011). *Econometría Básica-5*. Amgh Editora
- Hernández Ramos, J., García Cuevas, X., Hernández Ramos, A., García Magaña, J. J., Muñoz Flores, H. J., Flores López, C., & García-Espinoza, G. G. (2015). Ecuaciones altura-diámetro generalizadas para *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en el estado Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 9(49), 08-21.
- Hernández-Cuevas, M., Santiago-García, W., De los Santos-Posadas, H. M., Martínez-Antúnez, P., & Ruiz-Aquino, F. (2018). Modelos de crecimiento en altura dominante e índices de sitio para *Pinus ayacahuite* Ehren. *Agrociencia*, 52(3), 437-453.
- Hirigoyen, A., Franco, J., & Diéguez, U. (2018). Modelo dinámico de rodal para *Eucalyptus globulus* (L.) en Uruguay. *Agrociencia Uruguay*, 22(1), 63-80.
- Johansson, T. (2012). Site index curves for young hybrid larch growing on former farmland in Sweden. *Forests*, 3(3), 723-735. doi: 10.3390/f3030723
- Kahriman, A., Sönmez, T., & Gadow, K. v. (2018). Site index models for Calabrian pine in the central Mediterranean region of Turkey. *Journal of Sustainable Forestry*, 1-16. doi:10.1080/10549811.2017.1421086
- Martínez-Zurimendi, P., Domínguez-Domínguez, M., Juárez-García, A., López-López, L. M., De la Cruz-Arias, V., & Álvarez-Martínez, J. (2015). Índice de

- sitio y producción maderable en plantaciones forestales de *Gmelina arborea* en Tabasco, México. *Revista Fitotecnia Mexicana*, 38(4), 415-425.
- Monserud, R. A. (2003). Evaluating forest models in a sustainable forest management context. *Forest Biometry, Modelling and Information Sciences*, 1(1), 35-47.
- Nigh, G. (2015). Engelmann spruce site index models: A comparison of model functions and parameterizations. *PloS one*, 10(4), e0124079. doi:10.1371/journal.pone.0124079
- Pacheco Aguilar, G., Santiago Juárez, W., Martínez Santiago, D., & Ortíz Barrios, R. (2016). Análisis del crecimiento e incremento y estimación de índice de sitio para *Pinus montezumae* Lamb. en Santiago Textitlán, Sola de Vega, Oaxaca. *Foresta Veracruzana*, 18(2), 21-28.
- Parra-Piedra, J. P., De los Santos-Posadas, H. M., Fierros-González, A. M., Valdez-Lazalde, J. R., & Romo-Lozano, J. L. (2017). Proyección explícita e implícita del rendimiento maderable de plantaciones forestales comerciales de *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. *Agrociencia*, 51(4), 455-470.
- Quiñonez Barraza, G. Q., De los Santos Posadas, H. M., Cruz Cobos, F., Velázquez Martínez, Ángeles Perez, G. , Ramírez Valverde, G. (2015b). Índice de sitio con polimorfismo complejo para masas forestales de Durango, México. *Agrociencia*, 49(4), 439-454.
- Quiñonez Barraza, G., De los Santos Posadas, H. M., & Álvarez González, J. G. (2015a). Crecimiento en diámetro normal para *Pinus en Durango*. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 6(29), 108-125.
- Quiñonez-Barraza, G., García-Espinoza, G. G., & Aguirre Calderón, Ó. A. (2018). ¿Cómo corregir la heterocedasticidad y autocorrelación de residuales en modelos de ahusamiento y crecimiento en altura?. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, (49)9, 28-59. doi: 10.29298/rmcf.v9i49.151
- Rodríguez-Carrillo, A., Cruz-Cobos, F., Vargas-Larreta, B., & Hernández, F. J. (2015). Compatible dominant height-site index model for juniper (*Juniperus*

- deppeana* Steud.). *Revista Chapingo. Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 21(1). doi:10.5154/r.rchscfa.2014.09.041
- Sakici, O. E., Misir, N., Yavuz, H., & Misir, M. (2008). Stem taper functions for *Abies nordmanniana* subsp. *bornmulleriana* in Turkey. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 23(6), 522-533. doi:10.1080/02827580802552453
- Salas, C., Gregoire, T. G., Craven, D. J., & Gilabert, H. (2016). Modelación del crecimiento de bosques: estado del arte. *Bosque (Valdivia)*, 37(1), 03-12. doi: 10.4067/S0717-92002016000100001
- Santiago-García, W., Pérez-López, E., Quiñonez-Barraza, G., Rodríguez-Ortiz, G., Santiago-García, E., Ruiz-Aquino, F., & Tamarit-Urias, J. C. (2017). A dynamic system of growth and yield equations for *Pinus patula*. *Forests*, 8(12), 465.
- SAS Institute Inc. (2015). *Base SAS 9.4® Procedures Guide: Statistical Procedure, Third edition*. Cary, NC, USA: SAS Institute.
- Seki, M., & Sakici, O. E. (2017). Dominant height growth and dynamic site index models for Crimean pine in the Kastamonu–Taşköprü region of Turkey. *Canadian Journal of Forest Research*, 47(11), 1441-1449. doi: 10.1139/cjfr-2017-0131
- Sharma, M., Subedi, N., Ter-Mikaelian, M., & Parton, J. (2015). Modeling climatic effects on stand height/site index of plantation-grown jack pine and black spruce trees. *Forest Science*, 61(1), 25-34. doi:10.5849/forsci.13-190
- Stankova, T., & Diéguez-Aranda, U. (2012). A tentative dynamic site index model for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) plantations in Bulgaria. *Silva Balcanica*, 13(1), 5-19.
- Tait, D. E., Cieszewski, C. J., & Bella, I. E. (1988). The stand dynamics of lodgepole pine. *Canadian Journal of Forest Research*, 18(10), 1255-1260.
- Tamarit Urias, J. C., Rojas Díaz, E., Quiñonez Barraza, G., Ordoñez Prado, C., & Monárrez González, J. C. (2017). Sistema de cubicación para árboles individuales de *Quercus* sp. en bosques bajo manejo de Puebla, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 8(40), 69-88.

- Tamarit-Urias, J. C., De los Santos-Posadas, H. M., Aldrete, A., Valdez-Lazalde, J. R., Ramírez-Maldonado, H., & Guerra-De la Cruz, V. (2014). Ecuaciones dinámicas de índice de sitio para *Tectona grandis* en Campeche, México. *Agrociencia*, 48(2), 225-238.
- Torres, J. M., & Magaña, O. S. (2001). *Evaluación de plantaciones forestales*. Limusa.
- United Nations Development Programme. (2012). *Indigenous Community of Nuevo San Juan Parangaricutiro, Mexico. Equator Initiative Case Study Series*. New York, NY.
- Vanclay, J. K. (1994). Modelling forest growth and yield: applications to mixed tropical forests. *School of Environmental Science and Management Papers*, 537.
- Vargas-Larreta, B., Álvarez-González, J. G., Corral-Rivas, J. J., & Aguirre Calderón, Ó. A. (2010). Construcción de curvas dinámicas de índice de sitio para *Pinus cooperi* Blanco. *Revista Fitotecnica Mexicana*, 33(4), 343-350.
- Vargas-Larreta, B., Corral-Rivas, J. J., Aguirre-Calderón, O. A., López-Martínez, J. O., De los Santos-Posadas, H. M., Zamudio-Sánchez, F. J., . . . Aguirre-Calderón, C. G. (2017). SiBiFor: Forest Biometric System for forest management in Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 23(3), 437-455. doi:10.5154/r.rchscfa.2017.06.040
- Wang, M., Borders, B., & Zhao, D. (2007). Parameter estimation of base-age invariant site index models: which data structure to use? *Forest Science*, 53(5), 541-551.
- Wang, M., Borders, B. E., & Zhao, D. (2008). An empirical comparison of two subject-specific approaches to dominant heights modeling: The dummy variable method and the mixed model method. *Forest Ecology and Management*, 255(7), 2659-2669. doi: 10.1016/j.foreco.2008.01.030
- Zeide, B. (1993). Analysis of growth equations. *Forest science*, 39(3), 594-616.

CAPÍTULO V

5. CONCLUSIONES

Las metodologías y los modelos utilizados en los capítulos que componen la presente investigación permiten obtener predicciones y proyecciones precisas del crecimiento y rendimiento de PFC de *P. pseudostrobus* en la comunidad de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán. La generación de herramientas biométricas es relevante para el manejo de las PFC en la comunidad debido a que los modelos utilizados para la estimación de volumen y clasificación de áreas acorde a la productividad fueron desarrollados para condiciones de bosque natural.

Los sistemas de ahusamiento y volumen basados en modelos de razón constituyen una herramienta sencilla y confiable para estimaciones confiables del volumen total, volumen comercial, volumen de ramas, alturas y diámetros de las PFC. La implementación de una ecuación GADA con variables indicadoras sugiere que las plantaciones se clasifican en dos potencialidades, lo que permite la planeación del manejo silvícola diferenciado. El modelo anamórfico de Korf permite describir adecuadamente el patrón de crecimiento en diámetro, el cual presenta un punto máximo a los 6 años, dicha información podría emplearse como referencia en la administración de las PFC de estudio.

El conjunto de herramientas cuantitativas generadas es fundamental para mejorar el manejo técnico y aprovechar el potencial productivo, esto con el fin de maximizar la rentabilidad de las PFC en la región de estudio. Además, la información obtenida constituye una base sólida para futuras investigaciones sobre el crecimiento y rendimiento que consideren el efecto de tratamientos silvícolas, lo cual proporcionará mayores elementos para una adecuada toma de decisiones en el manejo de PFC.